

**Н.М. Мальков, Л.В. Аветян**

# **СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА**

**Методические указания к выполнению курсовой  
работы для специальностей 270102, 270104, 270114**

**ВЛАДИВОСТОК  
2008**



УДК 624.04

Авторы: Мальков Н.М., Аветян Л.В.

Строительная механика. Методические указания к выполнению курсовой работе для специальностей 270102, 270104, 270114. / Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2008. – 42; 24 илл.

Методические указания к выполнению курсовой работы по строительной механике предназначены для студентов специальностей 270102, 270104, 270114.

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>1. ЦЕЛЬ И СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ . . . . .</b>	<b>2</b>
<b>2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ . . . . .</b>	<b>3</b>
<i>2.1. Определение опорных реакций и усилий в шарнирах .</i>	3
<i>2.2. Построение эпюр внутренних усилий. . . . .</i>	9
<i>2.3. Расчет шарнирно-консольных балок . . . . .</i>	20
<i>2.4. Расчет неразрезных балок . . . . .</i>	33
<i>2.5. Сравнение результатов расчета шарнирно-консольной и соответствующей ей неразрезной балок . . . .</i>	38
<i>2.5. Оформление курсовой работы . . . . .</i>	38
<b>Список литературы</b>	<b>40</b>
<b>Приложение. Выдержки из сортамента металлопроката по ГОСТ 8239-89</b>	<b>41</b>

## 1. ЦЕЛЬ И СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Курсовая работа по строительной механике выполняется в пятом семестре. Название работы: «РАСЧЕТ СООРУЖЕНИЙ ИЗ СТЕРЖНЕЙ И ПОДБОР СЕЧЕНИЙ ДЛЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ».

**Цель работы:** Закрепление навыков инженерного подхода к расчету стержневых систем, изучение «азбуки» инженерных расчетов в исследовании усилий рабочего состояния сооружений.

Курсовая работа состоит из двух частей.

### *Содержание работы*

#### ***Часть 1. Нахождение реакций в связях и построение эпюр усилий в простейших плоских стержневых сооружениях***

##### 1.1. Определение реактивных усилий в связях.

Для заданных восьми расчетных схем плоских статически определимых стержневых систем необходимо определить опорные реакции, разомкнуть контуры и найти реакции в отброшенных связях, используя схему образования сооружений и типовые опорные схемы расчета реакций.

##### 1.2. Построение эпюр усилий в элементарных типовых схемах.

Для отмеченных преподавателем четырех схем построить эпюры усилий ( $M$ ,  $Q$ ,  $N$ ) и провести их статические проверки.

#### ***Часть 2. Расчет плоских стержневых сооружений***

2.1. Расчет шарнирно-консольной балки и соответствующей ей неразрезной балки.

Выполнить расчет заданной шарнирно-консольной балки на постоянную нагрузку. Определить внутренние усилия от временной нагрузки, приложенной в каждом пролете и на каждой консоли в отдельности. Построить объемлющую эпюру изгибающих моментов в балке.

Образовать из заданной шарнирно-консольной балки неразрезную балку путем удаления шарниров, выполнить расчет на постоянную и временную нагрузки, с помощью программы «FASTFRAME». Построить объемлющую эпюру моментов.

2.2. Подобрать сечения соответствующих элементов двух балок из прокатных профилей. Сравнить результаты расчетов двух вариантов расчетной схемы балки по величинам внутренних усилий, характеру распределения этих усилий и расходу материала.

Таблица 1

*График выполнения работы*

№ п/п	Содержание этапа выполнения работы	Неделя, контроль
1	Выдача работы	3
2	<i>Ч. 1. Нахождение реакций в связях и построение эпюр усилий в простейших плоских стержневых сооружениях</i> Определение опорных реакций и усилий в шарнирах для схем №1-3	4
3	Определение опорных реакций и усилий в шарнирах для схем №4-6	5
4	Определение опорных реакций и усилий в шарнирах для схем №7-8	6 - контроль
5	Построение эпюр внутренних усилия для отмеченных схем №1-2	7
6	Построение эпюр внутренних усилия для отмеченных схем №3-4	8
7	Проверка правильности построения эпюр	9 - контроль
8	<i>Ч. 2. Расчет плоских стержневых сооружений</i> Построение поэтажной схемы шарнирно-консольной балки	10
9	Расчет шарнирно-консольной балки на постоянную нагрузку	11
10	Расчет шарнирно- консольной балки на временную нагрузку	12
11	Построение объемлющей эпюры моментов для шарнирно-консольной балки	13
12	Расчет неразрезной балки на постоянную и временную нагрузку с помощью программы «FastFrame»	14
13	Построение объемлющей эпюры моментов для неразрезной балки	15
14	Подбор сечения элементов балок, сравнение результатов расчета шарнирно-консольной балки и неразрезной балки. Выводы по работе	16
15	Сдача работы	17

**2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ*****2.1. Определение опорных реакций и усилий в шарнирах***

При определении опорных реакций и усилий в шарнирах, составляя уравнения статики полезно руководствоваться следующими принципами:

- необходимо стремиться к тому, чтобы в уравнение входило только одно неизвестное и не входили бы ранее найденные неизвестные;

- в уравнение могут входить ранее найденные неизвестные, но они должны быть проверены;

- если не удастся составить уравнение с одним неизвестным, необходимо составить систему из двух уравнений с двумя неизвестными.

Эти принципы можно реализовать, если при нахождении опорных реакций и усилий в шарнирах расчленять сооружение не на отдельные элементы, а на группы или системы элементов, план расчета которых хорошо известен. Можно выделить две системы элементов: систему А и систему Б.

*Система А:* диск присоединен к земле или другой части сооружения с помощью трех связей (рис.1).

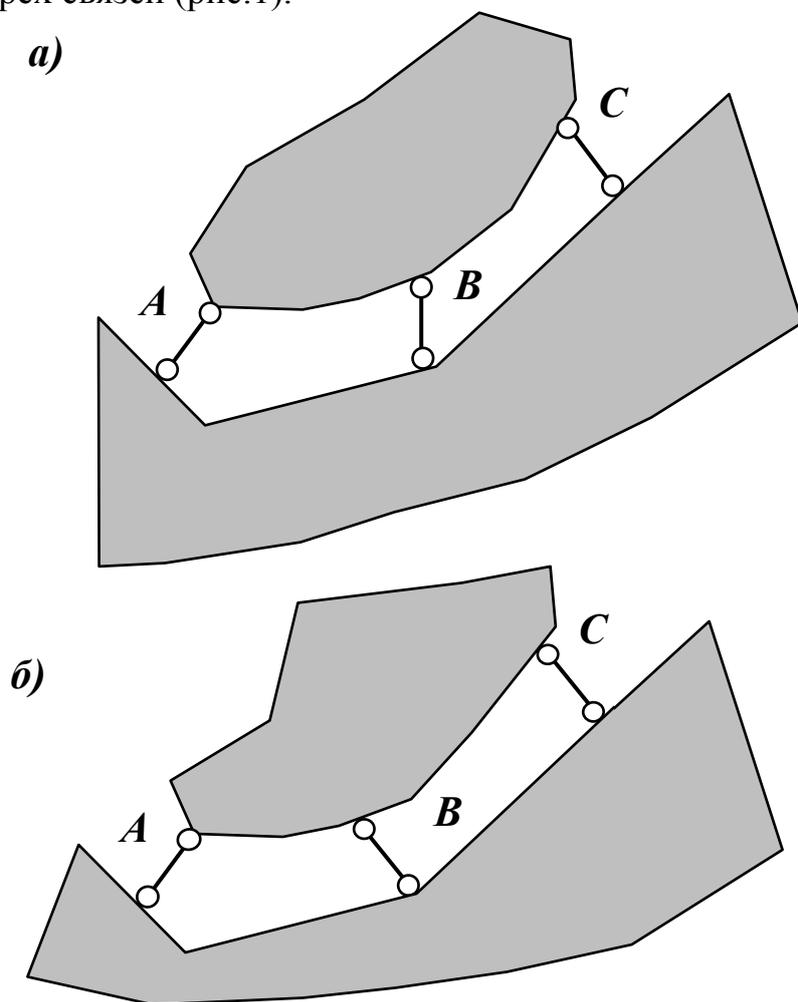


Рис. 1. Система А, возможные варианты: тип 1 - общий случай расположения трех связей, тип 2 –две связи параллельные.

План расчета системы А (тип 1): составляются три уравнения моментов относительно точек пересечения линий действия неизвестных усилий в связях (рис 2).

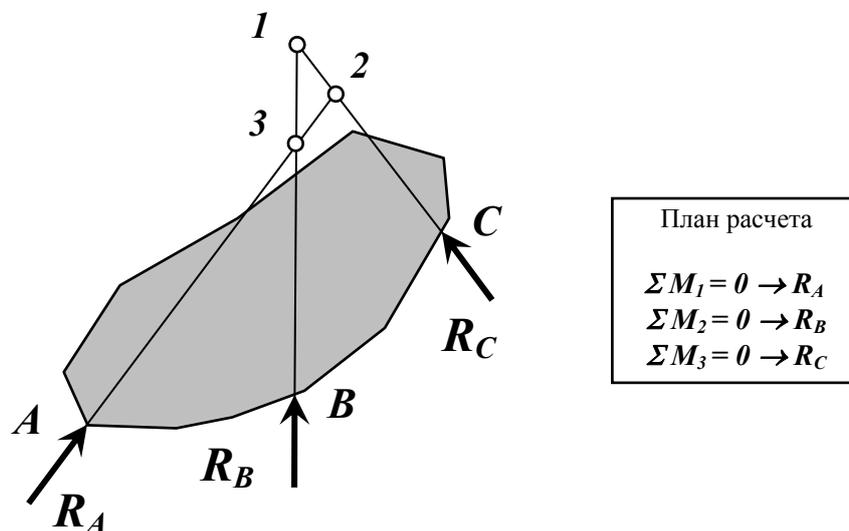


Рис. 2. План расчета системы А (тип 1)

План расчета системы А (тип 2): составляются два уравнения моментов относительно точек пересечения линий действия параллельных неизвестных и одно уравнение проекций сил на ось перпендикулярную к линиям действия параллельных неизвестных усилий в связях (рис 3).

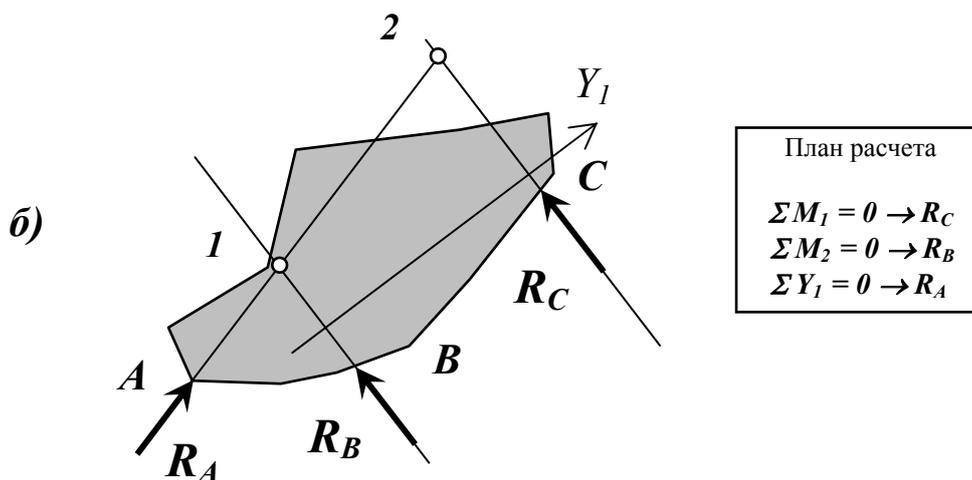


Рис. 3. План расчета системы А (тип 2)

*Система Б*: два диска соединены между собой шарниром и присоединены к земле или другой части сооружения с помощью шарниров или шарнирно-неподвижных опор (рис.4). Могут встретиться два случая системы Б: тип 1 (рис. 4, а) с опорами в одном уровне и тип 2 (рис. 4, б) с опорами в разных уровнях.

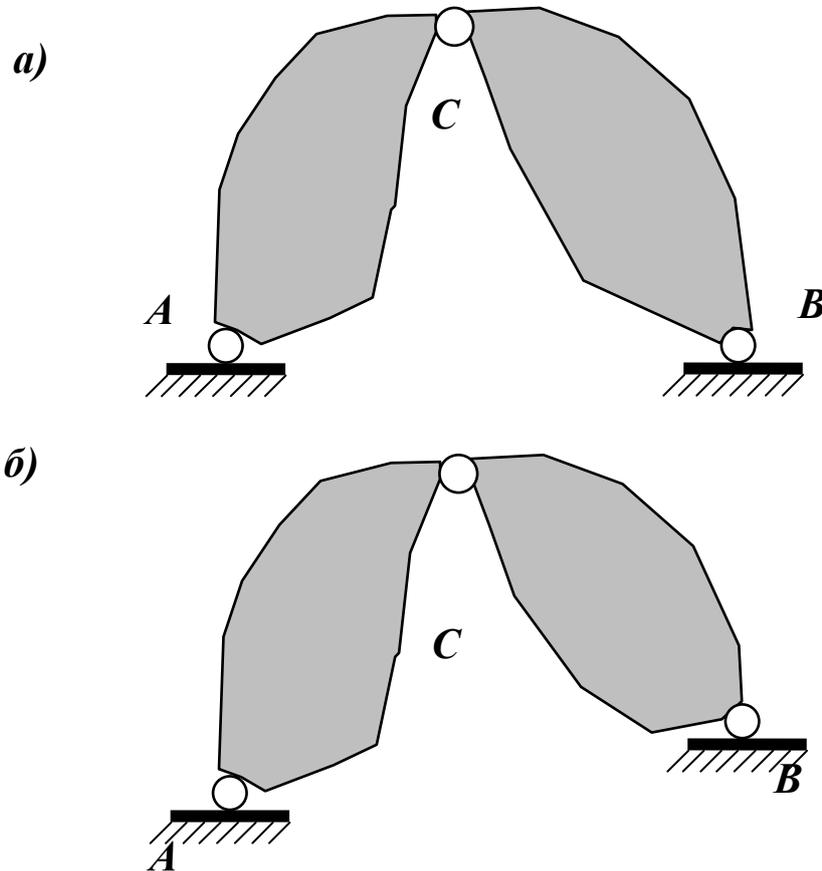


Рис. 4. Система Б, возможные варианты: тип 1 (а) - случай с расположением опор в одном уровне, тип 2 (б) – расположение опор в разных уровнях

План расчета системы Б (тип 1): вначале составляются два уравнения моментов относительно опорных точек и находятся вертикальные составляющие опорных реакций или усилий в шарнирах *A* и *B* с проверкой правильности их нахождения, затем составляются уравнения моментов относительно третьего шарнира *C* для левой и правой части отдельно и находятся горизонтальные составляющие опорных реакций или усилий в шарнирах *A* и *B*, правильность нахождения которых также проверяется (рис. 5). Усилия в третьем шарнире находятся из рассмотрения равновесия левого (*AC*) или правого диска (*BC*), в качестве уравнений равновесия используются уравнения проекций сил на вертикальную и горизонтальную оси (рис. 6).

План расчета системы Б (тип 2): вначале составляются два уравнения моментов относительно опорной точки **B** и третьего шарнира **C** для левой части и, решением системы двух уравнений, находятся вертикальная и

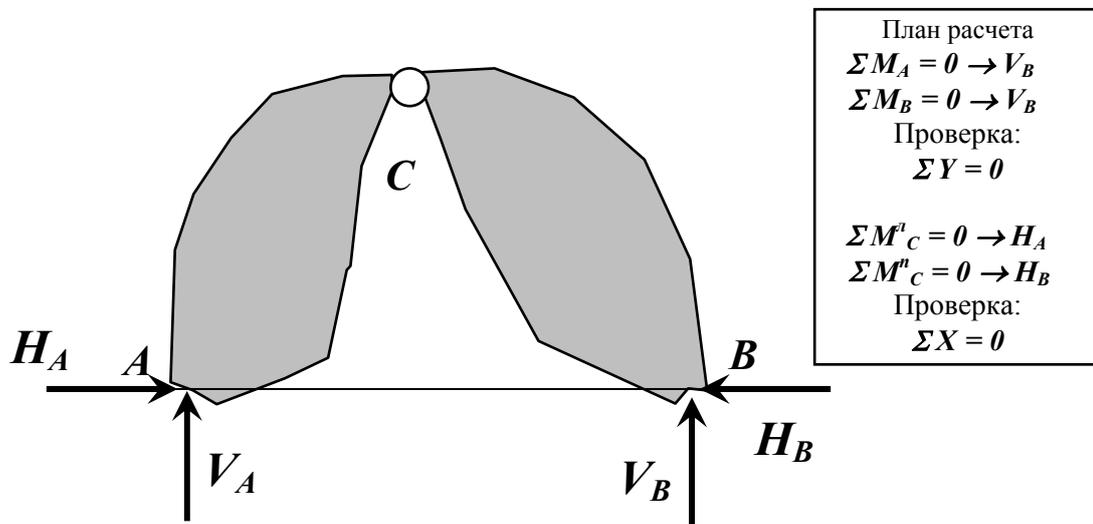


Рис. 5. План расчета системы Б (тип 1)

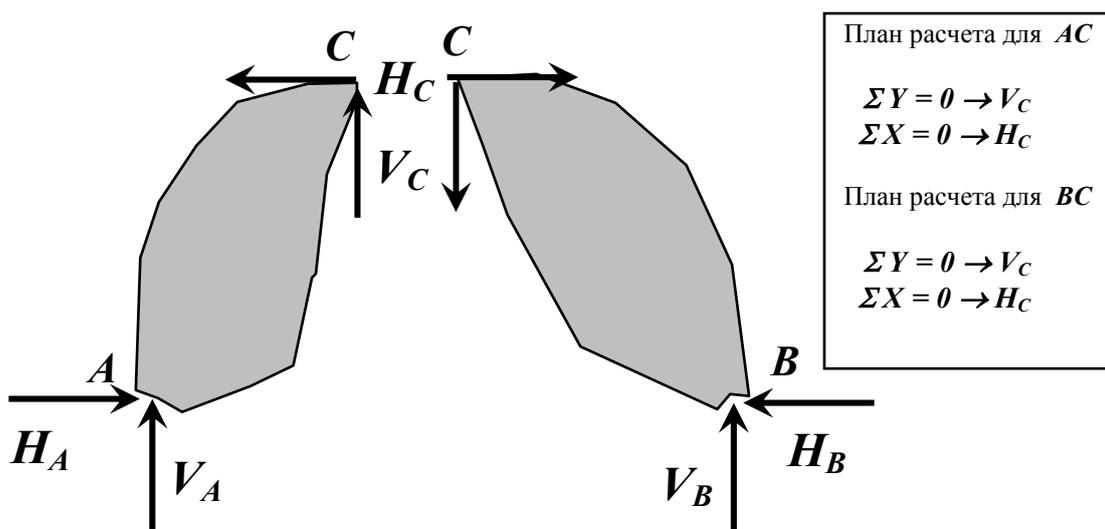


Рис. 6. План нахождения усилий в шарнире С

горизонтальная составляющие опорной реакции или усилия в шарнире **A**. Затем составляются уравнения моментов относительно опорной точки **A** и третьего шарнира **C** для правой части, решением полученной системы двух уравнений находятся вертикальная и горизонтальная составляющие опорной реакции или усилия в шарнире **B**. Правильность нахождения составляющих опорных реакций проверяется составлением уравнений проекций на координатные оси (рис. 7). Усилия в третьем шарнире **C** находятся аналогично расчету системы Б (тип 1): из рассмотрения

равновесия левого ( $AC$ ) или правого диска ( $BC$ ), в качестве уравнений равновесия используются уравнения проекций сил на вертикальную и горизонтальную оси (см. рис. 6).

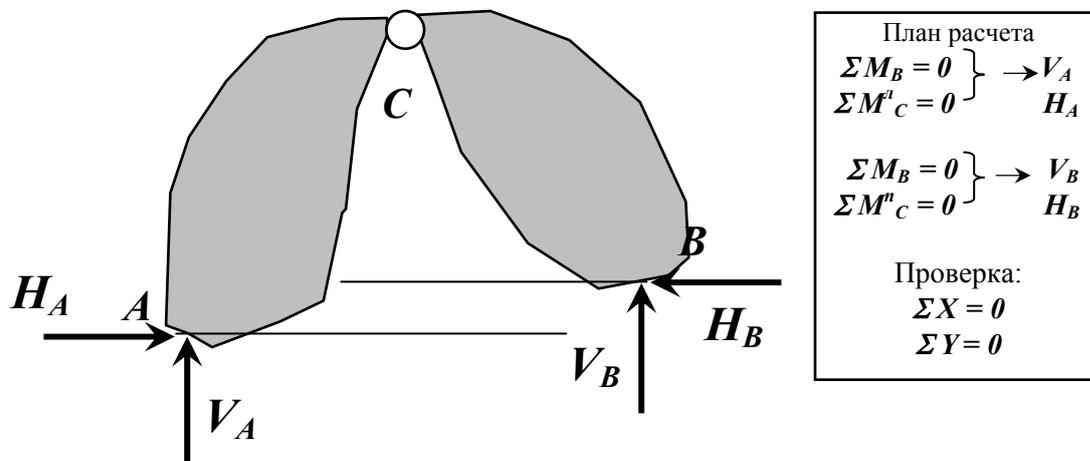


Рис. 7. План расчета системы Б (тип 2)

При расчете сложных сооружений необходимо научиться находить в сложных системах простые системы (  $A$  и  $B$  ) и разбивать по шарнирам именно так, чтобы получить рассмотренные простые системы, расчет которых хорошо известен. Пример расчленения сложной системы на простые показан на рис. 8. На рис 8 а) приведено сооружение, на рис 8 б) – 8 г) показаны системы дисков, которые можно выделить в этом сооружении.

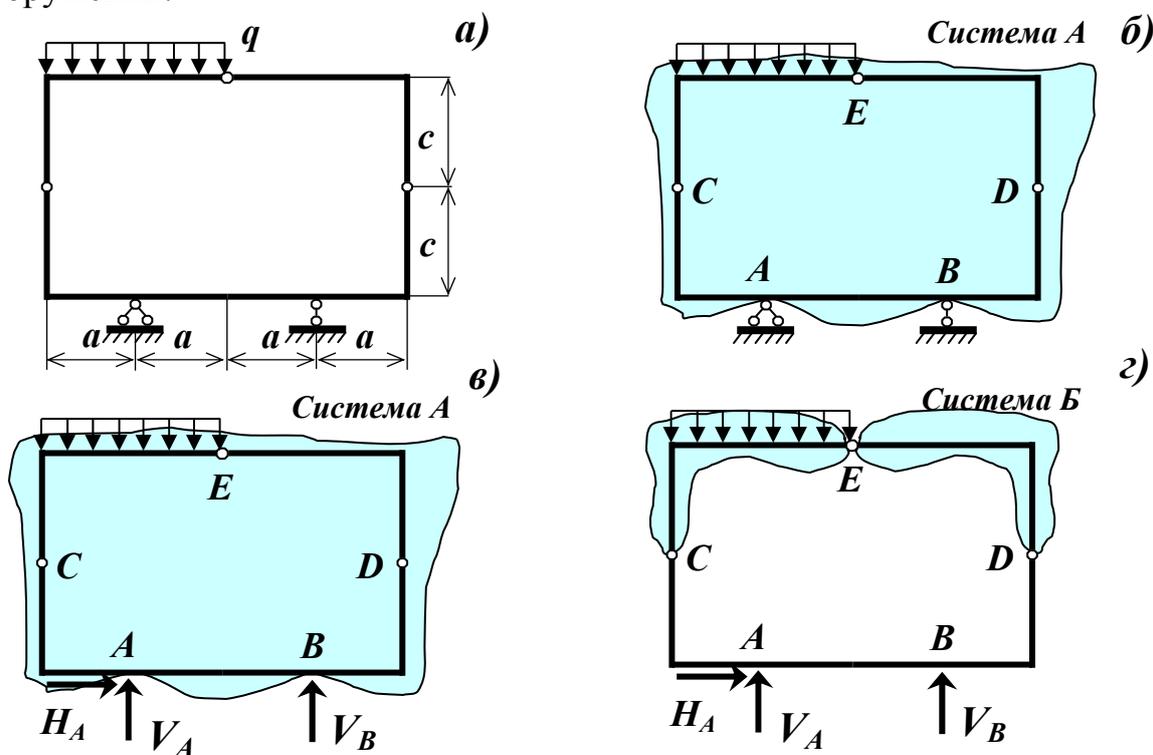


Рис. 8. Расчленение сооружения на простые системы

Для нахождения реакций опор и усилий в шарнирах сооружения, расчетная схема которого дана на рис. 8 а), замечаем, что все сооружение представляет собой систему А (тип 2), это показано на рис 8 б). Поэтому отбрасываем опорные связи и заменяем их реакциями – рис 8 в).

Применяем план расчета системы А (тип 2):  $\Sigma M_B = 0 \rightarrow V_A$  ;

$\Sigma M_A = 0 \rightarrow V_B$      $\Sigma X = 0 \rightarrow H_A$      $\Sigma Y = 0$  – проверка. Рассматривая сооружение на рис. 8 в), замечаем, что в нем можно выделить систему Б (см. рис. 8г) с опорами в одном уровне (тип 1). Расчленив сооружение по шарнирам С и D, применяем план расчета системы Б (тип 1) (см. рис. 9). Усилия в шарнире E найдем, рассматривая равновесие элемента ED.

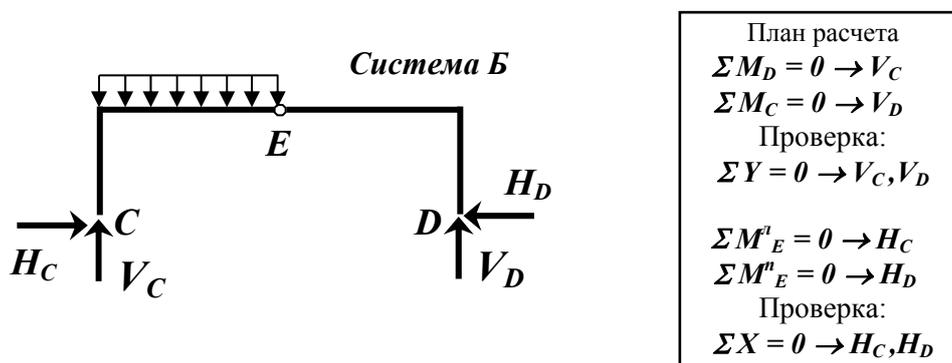


Рис. 9. Определение усилий в шарнирах С и D

## 2.2. Построение эпюр внутренних усилий

Эпюры внутренних усилий следует строить в следующем порядке: первой строится эпюра изгибающих моментов (*M*), причем эпюра *M* строится в соответствии с определением изгибающего момента<sup>1</sup>. Эпюра *M* вначале строится на отдельных элементах, а затем эпюры на отдельных элементах соединяются в общую эпюру.

**Построение эпюры *M*.** Перед началом построения эпюры *M* следует убедиться, в том, что элемент, под действием всех приложенных к нему сил, находится в равновесии. При построении эпюры *M* удобно руководствоваться следующими правилами:

- на каждом из элементов необходимо выделить участки эпюры моментов, в пределах которых закон изменения эпюры будет единым;
- в пределах каждого участка необходимо обозначить цифрами или буквами характерные сечения, в которых необходимо подсчитать ординаты эпюры моментов (по правилам соответствия эпюры моментов

<sup>1</sup> Изгибающим моментом (*M*) в каком либо сечении стержня называется внутреннее усилие, численно равное алгебраической сумме статических моментов всех сил, взятых по одну сторону от сечения, относительно центра тяжести этого сечения.

внешней нагрузке на участке стержня, свободном от нагрузки таких сечений должно быть два – начало и конец стержня, а на участке с распределенной нагрузкой сечений должно быть три – начало, середина и конец участка);

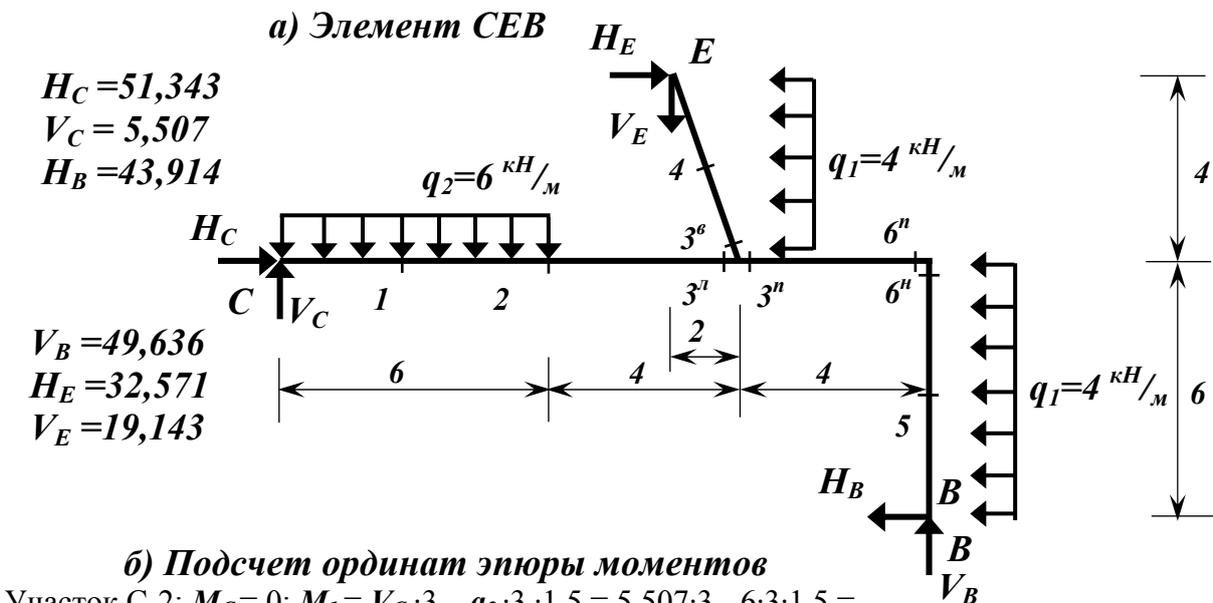
- начинать построение эпюр следует со свободного конца стержня и двигаться в узел;

- если на элементе больше одного узла, то в каждом из узлов ординаты эпюры моментов следует подсчитывать со стороны каждого из стержней, сходящихся в узле;

- после построения эпюры моментов на элементе необходимо вырезать каждый из жестких узлов и проверить его равновесие по моментам.

Ординаты эпюры моментов откладываются со стороны растянутых волокон.

Пример построения эпюры моментов на отдельном элементе показан на рис. 10 и 11.



**б) Подсчет ординат эпюры моментов**

Участок С-2:  $M_C = 0$ ;  $M_1 = V_C \cdot 3 - q_2 \cdot 3 \cdot 1,5 = 5,507 \cdot 3 - 6 \cdot 3 \cdot 1,5 = -10,48 \text{ кН/м}$ ;

$M_2 = V_C \cdot 3 - q_2 \cdot 6 \cdot 3 = 5,507 \cdot 3 - 6 \cdot 6 \cdot 3 = -74,96 \text{ кН/м}$ ;

Участок 2-3:  $M_2 = -74,96$ ;  $M_{3n} = V_C \cdot 10 - q_2 \cdot 6 \cdot 7 = 5,507 \cdot 10 - 6 \cdot 6 \cdot 7 = -196,93 \text{ кН/м}$ ;

Участок Е-3:  $M_E = 0$ ;  $M_4 = H_E \cdot 2 - V_E \cdot 1 - q_2 \cdot 2 \cdot 1 = 32,571 \cdot 2 - 19,143 \cdot 1 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 38 \text{ кН/м}$ ;

$M_{3n} = H_E \cdot 4 - V_E \cdot 2 - q_2 \cdot 4 \cdot 2 = 32,571 \cdot 4 - 19,143 \cdot 2 - 4 \cdot 4 \cdot 2 = 60 \text{ кН/м}$ ;

Участок 3-6:  $M_{3n} = H_B \cdot 6 - V_B \cdot 4 - q_1 \cdot 6 \cdot 3 = 43,914 \cdot 6 - 49,636 \cdot 4 - 4 \cdot 6 \cdot 3 = -136,94 \text{ кН/м}$ ;

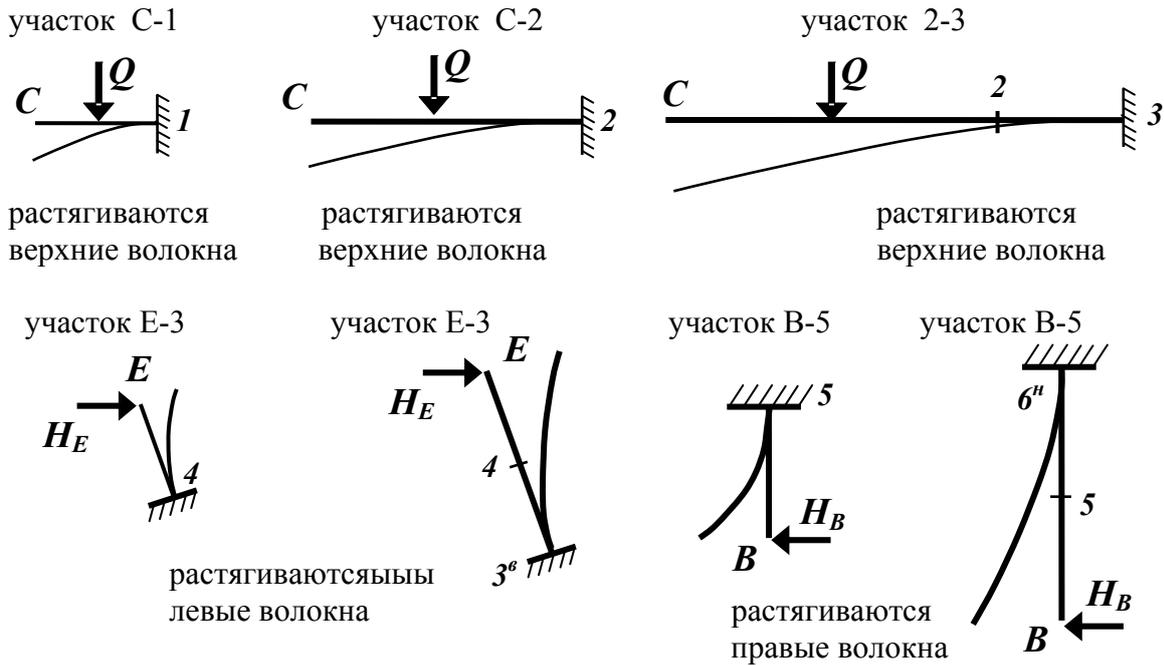
$M_{6n} = V_C \cdot 14 - q_2 \cdot 6 \cdot 11 + H_E \cdot 4 - V_E \cdot 6 - q_2 \cdot 4 \cdot 2 = 5,507 \cdot 14 - 6 \cdot 6 \cdot 11 + 32,571 \cdot 4 - 19,143 \cdot 6 - 4 \cdot 4 \cdot 2 = -335,48 \text{ кН/м}$ ;

Участок В-6:  $M_5 = H_B \cdot 3 + q_2 \cdot 3 \cdot 1,5 = 43,914 \cdot 3 + 4 \cdot 3 \cdot 1,5 = 149,74 \text{ кН/м}$ ;

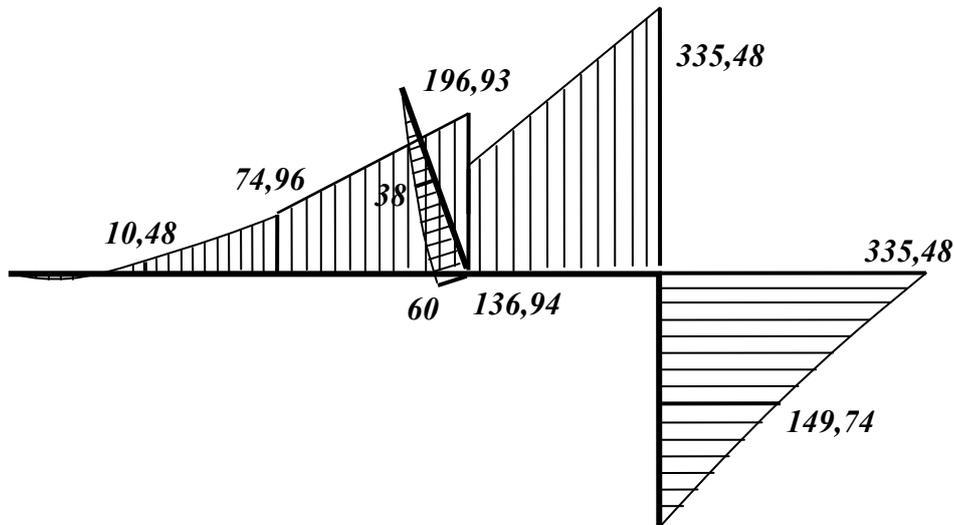
$M_{6n} = H_B \cdot 6 + q_2 \cdot 6 \cdot 3 = 43,914 \cdot 6 + 4 \cdot 6 \cdot 3 = 335,48 \text{ кН/м}$ .

Рис. 10. Подсчет ординат эпюры моментов для отдельного элемента

**а) Определение растянутых волокон для построения эпюры моментов**



**б) Эпюра  $M$  (кН/м)**



**в) Проверка равновесия узлов**

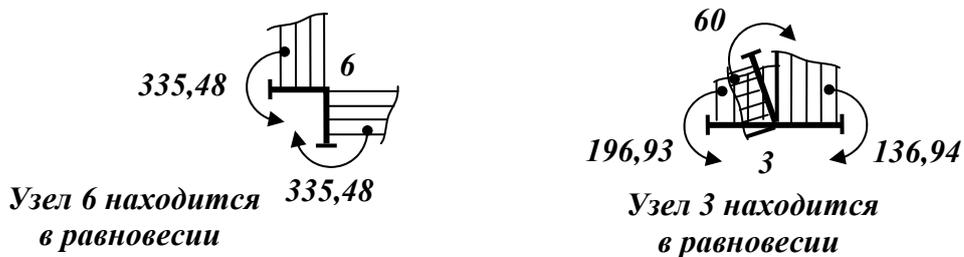


Рис.11. Построение эпюры  $M$  на отдельном элементе

Для определения растянутых волокон на стержне необходимо поставить заделку в сечении, где определяются растянутые волокна, и приложить к получившейся консольной балке любую силу, которая создает момент того знака, который получился в результате подсчета изгибающего момента в рассматриваемом сечении. Рекомендуется выбирать ту силу, которая перпендикулярна к оси стержня, в этом случае можно весьма просто построить изогнутую ось стержня. По изогнутой оси легко определяются растянутые волокна, они находятся с выпуклой стороны изогнутой оси. Как образуются упомянутые выше консольные балки, а также формы изогнутых осей этих балок для сечений элемента *СВЕ* показано на рис. 11 а).

Как проверяется равновесие узлов для построенной эпюры моментов показано на рис. 11 в). Здесь же показано и правило нахождения направления момента в рассматриваемом сечении: необходимо поставить карандаш на эпюру моментов и обогнуть сечение по кратчайшему пути. Направление движения карандаша и будет направлением изгибающего момента в рассматриваемом сечении.

После проверки равновесия узлов на эпюрах элемента, необходимо еще проверить соответствие построенной эпюры моментов внешней нагрузке. Напомним правила соответствия эпюры *M* внешней нагрузке:

- на участках, свободных от нагрузки, эпюра *M* представляет собой прямую линию;
- на участках с распределенной нагрузкой эпюра *M* - кривая линия, обращенная выпуклостью в сторону действия нагрузки;
- в сечении, где приложена сосредоточенная сила, на эпюре *M* наблюдается излом, направленные в сторону действия силы;
- в сечении, где приложен сосредоточенный момент, на эпюре *M* наблюдается скачок на величину этого момента.

Эпюра моментов, построенная на рис.11 для элемента *СВЕ* удовлетворяет первым двум правилам соответствия внешней нагрузке.

Построив эпюру моментов для всех отдельных элементов сооружения, можно получить общую эпюру моментов для всего сооружения в целом. Пример эпюры моментов, построенной для заданного сооружения, представлен на рис. 12.

**Построение эпюры *Q*.** Эпюру поперечных сил можно строить двумя способами:

- в соответствии с определением поперечной силы<sup>2</sup>;
- по ранее построенной эпюре *M*.

---

<sup>2</sup> Поперечной силой (*Q*) в каком-либо сечении стержня называется внутреннее усилие, численно равное алгебраической сумме проекций всех сил, взятых по одну сторону от сечения на ось, нормальную к оси стержня в рассматриваемом сечении.

Эпюра  $Q$  имеет знаки. Правило знаков для поперечной силы: поперечная сила в рассматриваемом сечении имеет знак “плюс”, если вектор  $Q$ , приложенный в сечении вращает отсеченную часть стержня по часовой стрелке (рис. 13а) и знак “минус”, если вектор  $Q$  вращает отсеченную часть стержня против часовой стрелке (рис. 13б).

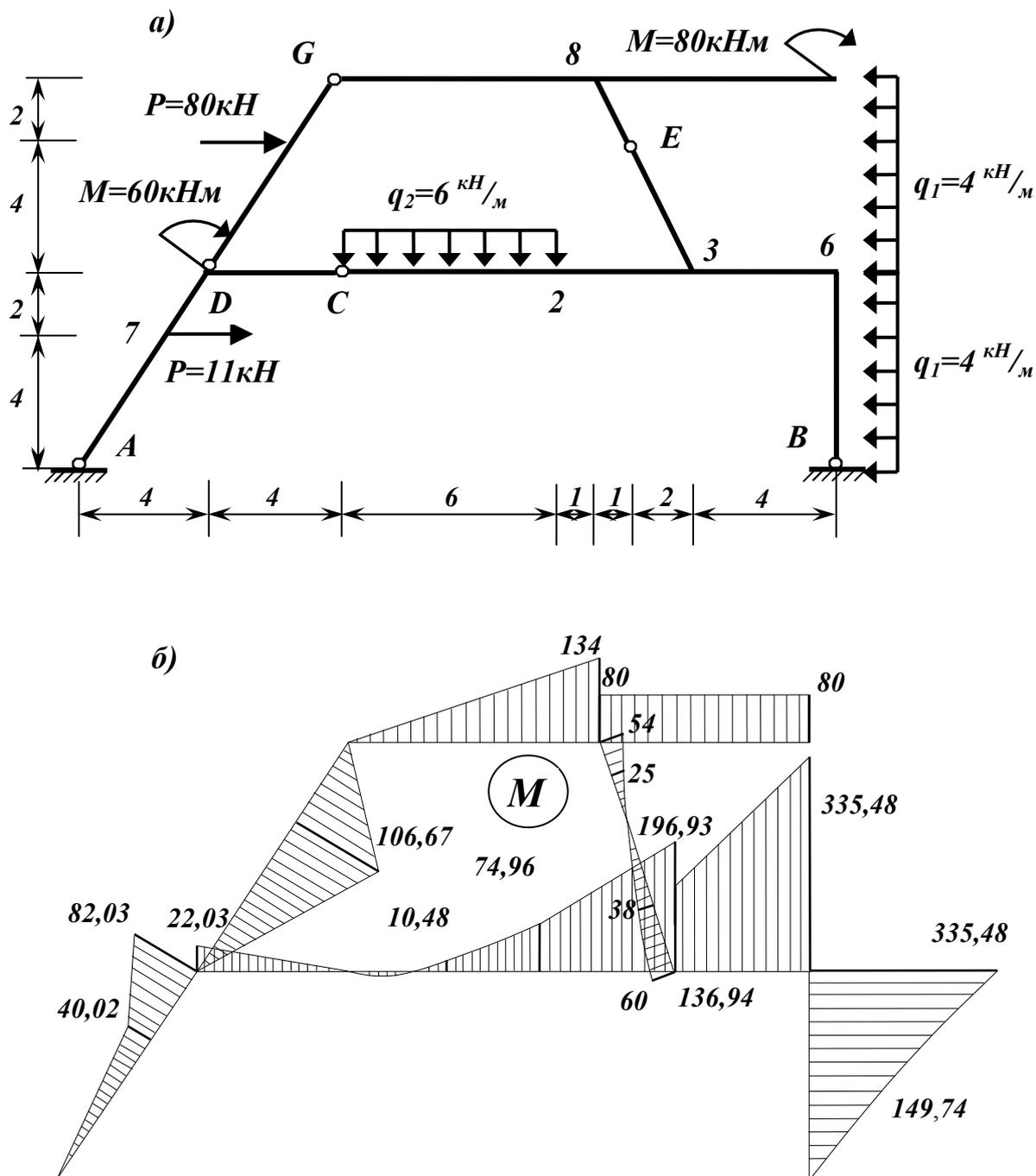


Рис. 12. Расчетная схема рамы (а) и эпюра моментов (б)



Рис. 13. Правило знаков для поперечной силы  $Q$

Построение эпюры  $Q$  «по определению» выполняется так же, как и эпюра  $M$  для отдельных элементов. При этом для рассматриваемого участка эпюры  $Q$ , проводится сечение и выбирается какая-либо часть элемента. В рассматриваемом сечении прикладывается поперечная сила, далее составляется уравнение равновесия для отсеченной части и из этого уравнения находится величина и направление вектора  $Q$  и в соответствии с правилом знаков для поперечной силы (рис. 13) определяется ее знак. На рис. 14 показано как это делается для элемента  $СЕВ$  в сечении 2 участка  $С-2$ . Этот способ более трудоемкий по сравнению со вторым «по ранее построенной эпюре  $M$ ».

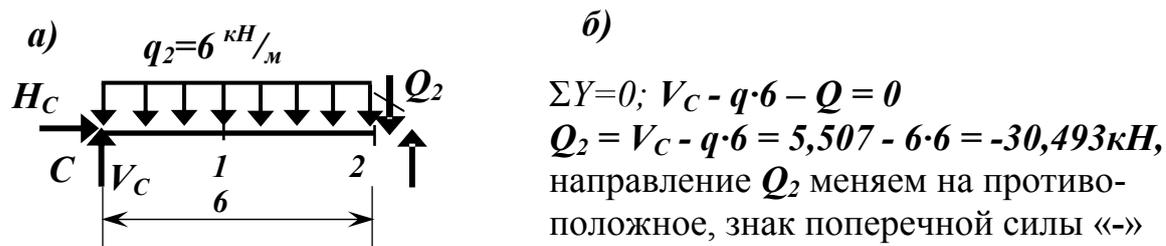


Рис. 14. Нахождение поперечной силы  $Q$  (на рис. *a*) показано истинное направление силы, определенное из решения уравнения равновесия по *б*), а также установлен знак поперечной силы)

Способ построения эпюры  $Q$  по эпюре  $M$  основывается на дифференциальной зависимости Журавского:  $Q = \frac{dM}{ds}$ . Благодаря этой зависимости можно вычислить величину и знак поперечной силы. Величина находится в соответствии со смыслом первой производной – это есть тангенс угла между касательной к эпюре  $M$  и осью стержня. Если эпюра  $M$  представляет собой прямую, то касательная к прямой линии совпадает с самой прямой, поэтому на прямолинейных участках эпюры  $M$  **величину поперечной силы находим по тангенсу угла наклона линии моментов к оси стержня** (см. рис. 15). Причем, если концевые ординаты прямой расположены с одной стороны стержня, то величина  $Q$  равна частному от деления разности концевых ординат на длину участка прямолинейной эпюры моментов. Если же концевые ординаты прямой расположены по разные стороны стержня, то величина  $Q$  равна частному

от деления суммы конечных ординат на длину участка прямолинейной эпюры моментов.

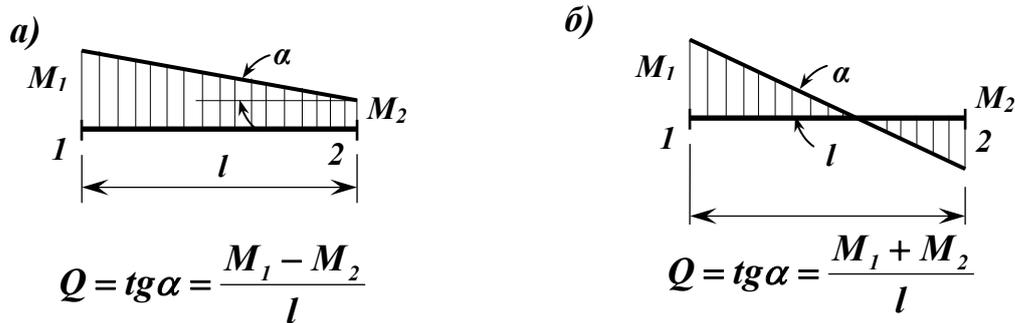
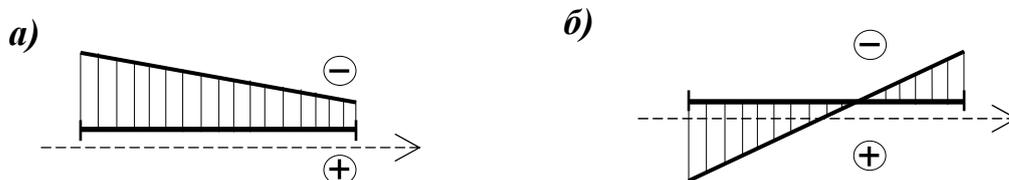


Рис. 15. Нахождение величины поперечной силы  $Q$  (на рис. а) показан вариант, когда ординаты эпюры моментов находятся по одну сторону от оси стержня; на рис. б) вариант, когда ординаты эпюры моментов находятся по разные стороны от оси стержня)

Используя зависимость Журавского можно определить и знак поперечной силы: если задаться положительным направлением оси стержня (положительным «направлением обхода»), при этом  $ds > 0$  и тогда знак поперечной силы будет определяться знаком  $dM$  (если  $dM > 0$ , то  $Q > 0$ , если  $dM < 0$ , то  $Q < 0$ ). Поскольку на эпюре  $M$  знаки не ставятся, то необходимо ими задаться. Определить когда эпюра  $M$  возрастает, а когда убывает можно с помощью правила «пунктира»: *задаемся положительным направлением обхода и, двигаясь по оси стержня в положительном направлении, пунктиром справа отмечаем положительные ординаты эпюры  $M$ , если при этом ординаты эпюры возрастают, то знак поперечной силы «плюс», если ординаты убывают, знак  $Q$  «минус».* Возрастание и убывание следует определять в алгебраическом смысле, а не по модулю значения ординаты эпюры  $M$ . Правило «пунктира» приведено на рис. 16.

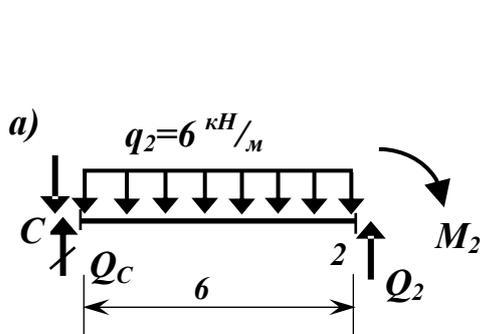


Ординаты эпюры  $M$  возрастают, следовательно знак поперечной силы «плюс»

Ординаты эпюры  $M$  убывают, следовательно знак поперечной силы «минус»

Рис. 16. Определение знака поперечной силы  $Q$  по эпюре моментов  $M$  для прямолинейных участков (на рисунке стрелка на пунктирной линии указывает положительное направление обхода)

На участках, где эпюра моментов – кривая линия (участок загружен распределенной нагрузкой), тангенс угла наклона касательной к кривой в каждом сечении стержня разный, поэтому величину поперечной силы можно найти, если вспомнить, что в случае загрузки участка равномерно распределенной нагрузкой, эпюра  $Q$  на этом участке представляет собой прямую линию. Чтобы построить график прямой линии, достаточно знать две ординаты этой прямой, например, в начале и в конце участка. Поэтому на участках, загруженных распределенной нагрузкой, вырезают участок, прикладывают к нему все действующие на него силы (внешнюю нагрузку и внутренние усилия в сечениях  $M$  и  $Q$ ) и составляют уравнения равновесия – сумму моментов относительно одного и другого концов участка. Из уравнений равновесия находят значения и направления векторов  $Q$  и по направлению вектора  $Q$  в соответствии с правилом знака (см. рис. 13), определяют знак поперечной силы в рассматриваемом сечении. На рис. 17 показано как это делается.



$$\begin{aligned} \Sigma M_c = 0; \quad Q_2 - q \cdot 6 \cdot 3 - M_2 &= 0 \\ Q_2 = M_2 + q \cdot 6 \cdot 3 &= (74,96 + 6 \cdot 6 \cdot 3) / 6 = \\ &= 30,49 \text{ кН, направление } Q_2 \text{ верное, знак} \\ &\text{поперечной силы «минус»;} \\ \Sigma M_2 = 0; \quad Q_c - q \cdot 6 \cdot 3 + M_2 &= 0 \\ Q_2 = M_2 - q \cdot 6 \cdot 3 &= (74,96 - 6 \cdot 6 \cdot 3) / 6 = \\ &= -5,51 \text{ кН, направление } Q_2 \text{ меняем на} \\ &\text{противоположное, знак поперечной} \\ &\text{силы «минус»}. \end{aligned}$$

Рис. 17. Нахождение поперечной силы  $Q$  на участке с распределенной нагрузкой (а) – схема вырезанного участка, с действующими силами; б) – нахождение величины, направления и знака  $Q$

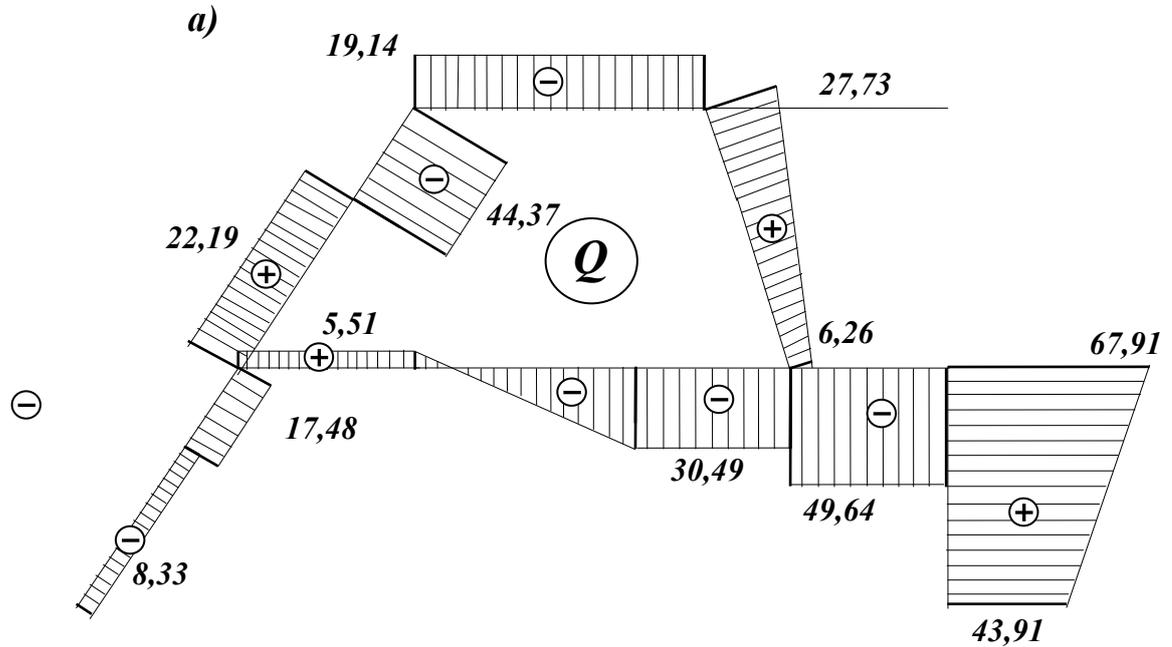
Эпюру  $Q$  строят по общей эпюре  $M$ , рассматривая отдельные участки и определяя величину и знаки поперечной силы. Пример построения эпюры  $Q$  приведен на рис 18. После построения эпюры  $Q$ , необходимо проверить ее соответствие внешней нагрузке.

**Построение эпюры  $N$ .** Эпюру поперечных сил можно строить двумя способами:

- в соответствии с определением продольной силы<sup>3</sup>;
- по ранее построенной эпюре  $Q$ .

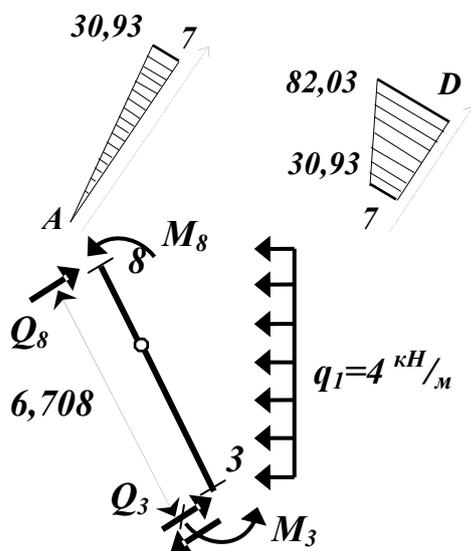
<sup>3</sup> Продольной силой ( $N$ ) в каком-либо сечении стержня называется внутреннее усилие, численно равное алгебраической сумме проекций всех сил, взятых по одну сторону от сечения на ось, касательную к оси стержня в рассматриваемом сечении.

Эпюра  $N$  имеет знаки. Правило знаков для продольной силы: продольная сила в рассматриваемом сечении имеет знак “плюс”, если вектор  $N$ , примененный в сечении растягивает отсеченную часть стержня (рис. 19а) и знак “минус”, если вектор  $N$  сжимает отсеченную часть стержня (рис. 19б).



б)

Участок А-7:  $Q = 30,93/4,807 = 6,43$  кН (эпюра моментов убывает, знак  $Q$  «минус»);  
 участок 7-Д:  $Q = 82,03 - 30,93/2,404 = 21,26$  кН (эпюра моментов убывает, знак  $Q$  «минус»);



участок 3-8:  $\Sigma M_3 = 0;$

$$Q_8 \cdot 6,708 - q \cdot 6 \cdot 3 - M_8 - M_3 = 0;$$

$$Q_8 = (4 \cdot 6 \cdot 3 + 54 + 60) / 6,708 = 27,73 \text{ кН}$$

знак поперечной силы «плюс»;

$\Sigma M_8 = 0;$

$$Q_3 \cdot 6,708 - q \cdot 6 \cdot 3 + M_8 + M_3 = 0;$$

$$Q_3 = (4 \cdot 6 \cdot 3 - 54 - 60) / 6,708 = -6,26 \text{ кН}$$

направление поперечной силы меняем на противоположное, знак поперечной силы «плюс».

Рис. 18. Эпюра поперечных сил (а) и примеры определения ординат эпюры  $Q$  на отдельных участках (б)



Рис. 19. Правило знаков для продольной силы  $N$

Построение эпюры  $N$  «по определению» выполняется так же, как и эпюра  $M$  для отдельных элементов. При этом для рассматриваемого участка эпюры  $N$ , проводится сечение и выбирается какая-либо часть элемента. В рассматриваемом сечении прикладывается продольная сила, далее составляется уравнение равновесия для отсеченной части и из этого уравнения находится величина и направление вектора  $N$  и в соответствии с правилом знаков для продольной силы (рис. 20) определяется ее знак. На рис. 20 показано как это делается для элемента  $CEB$  на участке  $3-6$  (см. рис. 12). Этот способ более трудоемкий по сравнению со вторым «по ранее построенной эпюре  $Q$ ».



Рис. 20. Нахождение продольной силы  $N$  на участке 3-6 (а) – схема вырезанной части элемента  $CBE$ , с действующими на нее силами; б) – нахождение величины, направления и знака  $N$ )

По эпюре поперечных сил можно построить эпюру продольных сил, используя способ «вырезания узлов». Порядок построения эпюры  $N$  следующий: вначале вырезается тот узел (те узлы), где сходятся два стержня. Затем последовательно вырезаются узлы, в которых сходятся не более двух стержней, в которых продольные силы неизвестны. Пример построения эпюры продольных сил представлен на рис. 21. Если стержни в узле соединяются под прямым углом, значение и направление продольной силы определяется просто (см. рис. 21, узел 6). Если же стержни соединяются не под прямым углом, то необходимо составлять уравнения проекций на оси, перпендикулярные осям стержней в которых продольные силы неизвестны (см. рис. 21, узел 3).

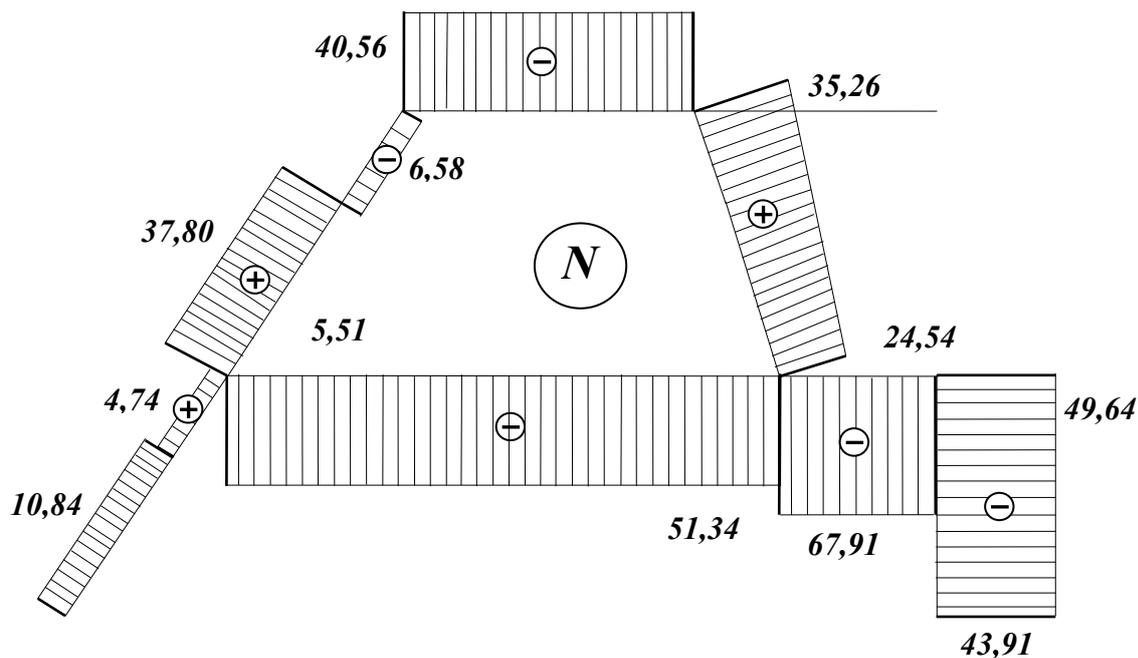


Рис. 21. Эпюры продольных сил

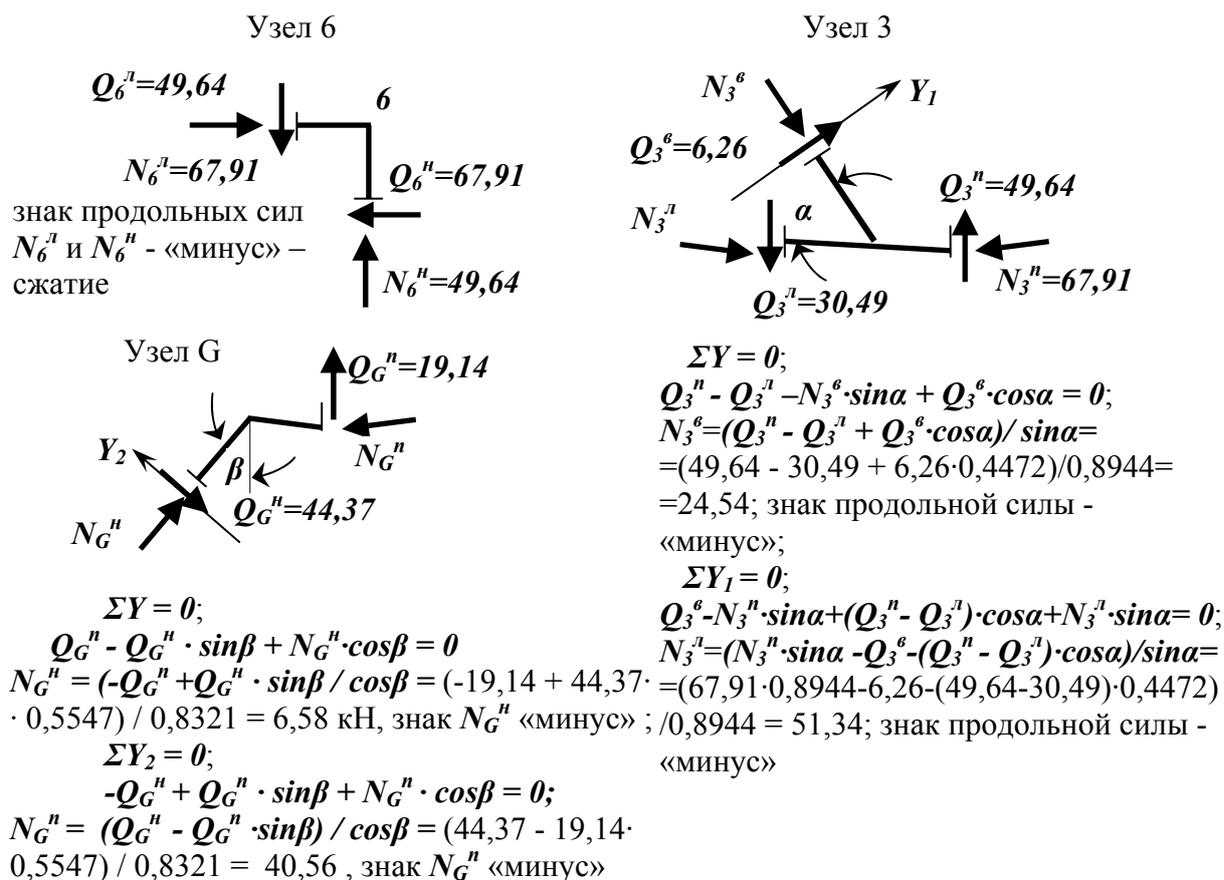
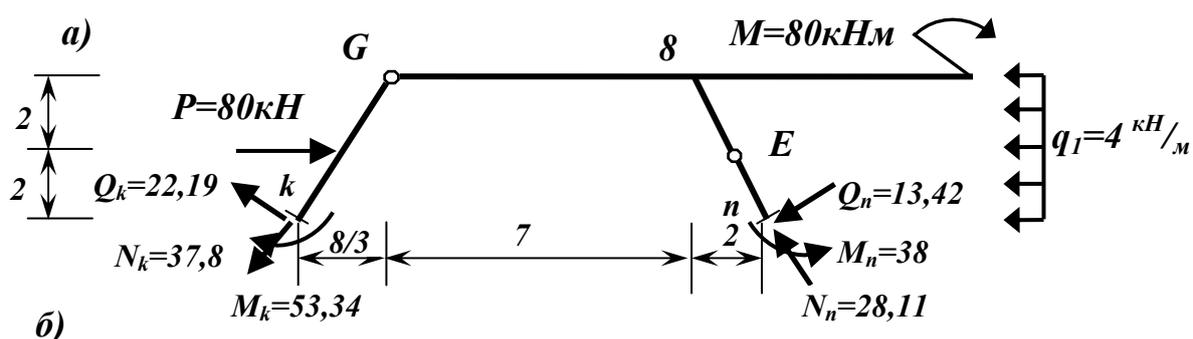


Рис. 22. Примеры определения ординат эпюры  $N$  на отдельных участках (б) (индексы  $n, в, л, п$  означают ориентацию сечения относительно узла - нижнее, верхнее, левое, правое)

После построения всех эпюр и проверки их по соответствию внешней нагрузке, необходимо еще выполнить статическую проверку правильности построения всех эпюр. Для этого необходимо вырезать двумя сечениями часть сооружения (желательно без опор), приложить в сечениях внутренние усилия, взяв их с построенных эпюр и составить для рассматриваемой части три уравнения равновесия: два уравнения проекций сил на координатные оси и уравнение моментов сил относительно какой-либо точки. Пример такой проверки приведен на рис. 23.



б)

$$\Sigma Y=0;$$

$$-N_k \cdot \cos\beta + N_n \cdot \sin\alpha - Q_n \cdot \cos\alpha + Q_k \cdot \sin\beta = -37,8 \cdot 0,8321 + 28,11 \cdot 0,8944 - 13,42 \cdot 0,4472 + 22,19 \cdot 0,5547 = 0;$$

$$\Sigma X=0;$$

$$-N_k \cdot \sin\beta - N_n \cdot \cos\alpha - Q_n \cdot \sin\alpha + Q_k \cdot \cos\beta - q \cdot 4 + P = -37,8 \cdot 0,5547 - 28,11 \cdot 0,4472 - 13,42 \cdot 0,8944 - 22,19 \cdot 0,8321 - 16 + 80 = 0;$$

$$\Sigma M_n=0;$$

$$-N_n \cdot \sin\alpha \cdot 11,667 + Q_n \cdot \cos\alpha \cdot 11,667 - M_n + M_k - q \cdot 4 \cdot 2 + P \cdot 2 + M = -28,11 \cdot 0,8944 \cdot 11,667 + 13,42 \cdot 0,4472 \cdot 11,667 - 38 + 53,34 - 4 \cdot 4 \cdot 2 + 80 \cdot 2 + 80 = 0;$$

Рис. 23. Отсеченная часть с рамы действующими на нее силами (а) и уравнения равновесия для нее (б)

### 2.3. Расчет шарнирно-консольных балок

Сформулируем определение шарнирно-консольной балки: *шарнирно-консольной балкой называется статически определимое стержневое сооружение, составленное из прямолинейных стержней, расположенных на одной линии, соединенных между собой шарнирами и прикрепленных к земле или другому сооружению с помощью шарнирных и защемляющих опор.* Примеры шарнирно-консольных балок приведены на рис. 24.

Прежде, чем приступать к расчету шарнирно-консольных балок, необходимо проверить, являются ли они статически определимыми и

геометрически неизменяемыми. Степень статической неопределенности можно подсчитать по формуле:

$$C_n = 2 \cdot \text{Ш} + C_{on} - 3 \cdot \text{Д} , \quad (1)$$

где:  $C_n$  – степень статической неопределенности;  
 $\text{Ш}$  – количество шарниров (с учетом их кратности);  
 $C_{on}$  – количество опорных стержней (связей);  
 $\text{Д}$  – количество дисков (стержней) системы.

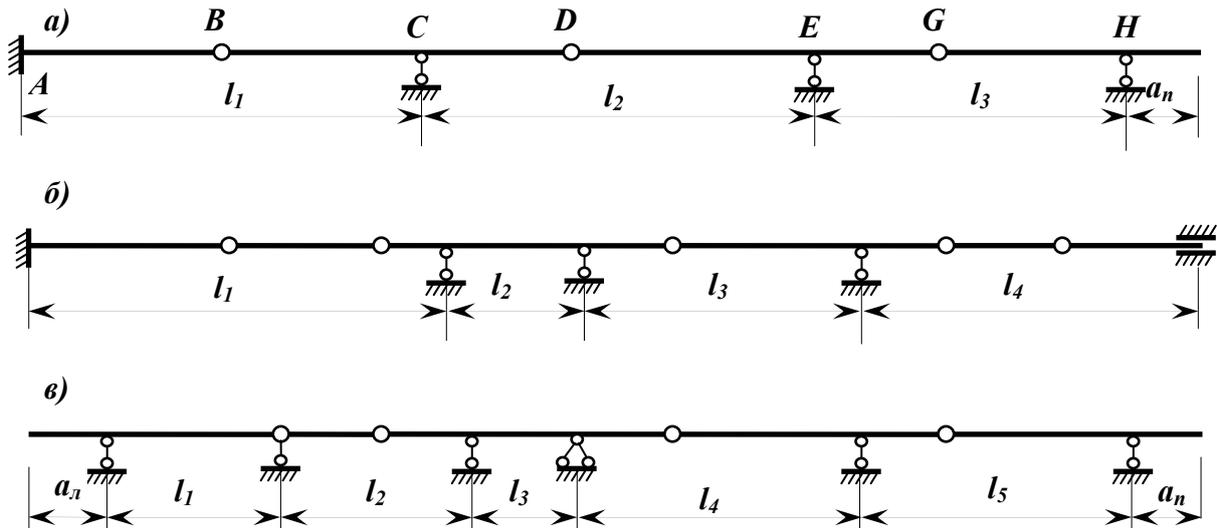


Рис. 24. Примеры шарнирно-консольных балок

Степень свободы системы подсчитывается по похожей формуле:

$$W = 3 \cdot \text{Д} - 2 \cdot \text{Ш} - C_{on} , \quad (2)$$

где:  $W$  – степень свободы системы; остальные составляющие такие же, как и в формуле (1) для подсчета степени статической неопределенности. Если  $W=0$ , то еще необходимо доказать, что система геометрически неизменяема. Это можно сделать, например, с помощью правил образования жестких дисков (см. п. 9.3.1 [1], §1.2 [2]).

Покажем, как пользоваться формулами на примере балки, изображенной на рис. 24 а). Здесь шарниров  $\text{Ш}=3$ , опорных связей  $C_{on}=6$ , дисков  $\text{Д}=4$ , подсчет по формуле (1):  $C_n = 2 \cdot 3 + 6 - 3 \cdot 4 = 0$  – система статически определима. Подсчет по формуле (2) дает такой же результат, поскольку  $W = - C_n = 0$ . Проанализируем геометрическую структуру балки: Диск  $AB$  является геометрически неизменяемым, поскольку он присоединен к земле с помощью трех стержней (опорных связей) оси которых не пересекаются в одной точке и не параллельны. Диск  $BCD$  присоединен к неизменяемой системе  $AB$  с помощью шарнира  $B$  и стержня (опорного)  $C$ , ось которого не проходит через шарнир  $B$ , следовательно, система  $ABCD$  является геометрически неизменяемой. К неизменяемой системе  $ABCD$  аналогично

присоединяется диск **DEG**. К полученной неизменяемой системе **ABCDEG** аналогично присоединяется диск **GH**, следовательно, вся балка геометрически неизменяема.

Расчет шарнирно-консольных балок весьма прост, если выбрать хороший план расчета. Для этого необходимо построить поэтажную (или этажную) схему. Поэтажная схема строится снизу вверх, начиная с главных (основных) элементов. **Главными элементами называются такие элементы, которые имеют две опоры на земле или заземляющую опору.** Остальные элементы можно назвать второстепенными, они могут иметь одну опору на земле или вовсе не иметь опор на земле. Процесс построения следующий: находим основные элементы и располагаем их внизу, затем опираем на них и на землю второстепенные элементы и выстраиваем «этаж» выше нижнего. Главное – необходимо следить, чтобы очередной элемент имел бы две опоры. Если встречается элемент, который имеет одну опору на этаже ниже, а вторую опору нельзя опереть ни на что надежное, то необходимо начать построение с другого конца (или участка) балки, это всегда возможно.

Построение поэтажной схемы покажем на примере рассмотренной выше балки (рис. 25 а). Здесь имеем один главный элемент – **AB**, располагаем его внизу, далее элемент **BCD** имеет одну опору на главном элементе, а другую – на земле. На элемент **BCD** и на землю опирается элемент **DEG**. И наконец, на элемент **DEG** и землю опирается элемент **GH**. Расчет производится в порядке, обратном построению поэтажной схемы, а именно, сверху вниз. Вначале рассчитываются верхние элементы, затем элементы, расположенные ниже этажом и так далее до самых нижних (основных) элементов. Последовательность расчета указывается на поэтажной схеме римскими цифрами. Поэтажная схема и соответственно последовательность расчета показана на рис. 25б.

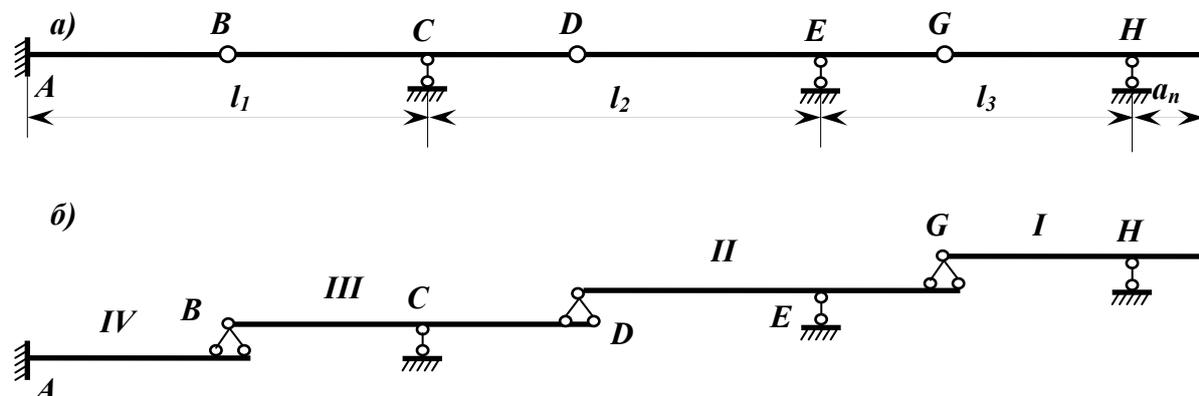


Рис. 25. Пример построения поэтажной схемы

Покажем расчет шарнирно-консольной балки на примере балки, изображенной на рис. 26а. На балку действует постоянная нагрузка, показанная на рисунке и временная линейная равномерно-распределенная нагрузка интенсивностью  $r = 5$  кН/м. Наметим сразу сечения, в которых необходимо подсчитать ординаты эпюры  $M$  (не менее пяти сечений в пролете однопролетных балок, включая опорные и одно-два сечения на консоли). Промежуточные сечения указаны на рис 26а.

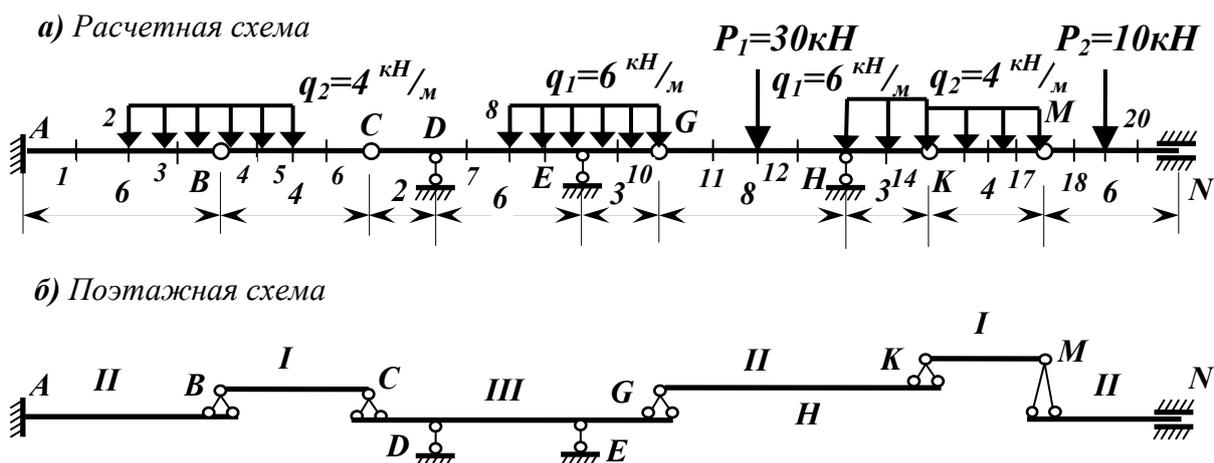


Рис. 26. Загружение постоянной нагрузкой и поэтажная схема балки

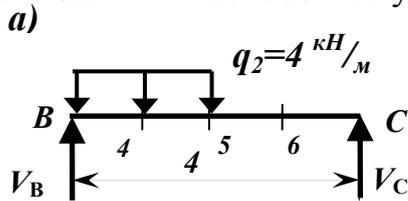
В соответствии с порядком расчета, указанном на рис. 26б, начинаем расчет с элементов  $BC$  и  $KM$ . Нахождение усилий в шарнирах и построение эпюры  $M$  для этих элементов показано на рис. 27а и 27б. Следует отметить, что поскольку горизонтальная нагрузка на балку не действует, то горизонтальная составляющая реакции опоры  $A$  равна нулю, а отсюда и все горизонтальные усилия в шарнирах также равны нулю, поэтому находим только вертикальные усилия в шарнирах. Построив эпюры  $M$  в элементах  $BC$  и  $KM$  рассчитываем элементы  $AB$ ,  $GHK$  и  $MN$ .

Определение вертикального усилия в шарнире  $G$  и опорной реакции  $H$  показано на рис. 27в, там же построена эпюра моментов для элемента  $GHK$ . Построение эпюр моментов на элементах  $AB$  и  $MN$ , а также расчет и построение эпюры моментов для элемента  $CDEG$  показано на рис 28. Отметим, что опорные реакции в элементах  $AB$  и  $MN$  можно не находить потому, что эпюру  $M$  в консольных балках можно построить направляясь с конца балки к заделке.

Общую эпюру моментов можно построить, если отложить от общей оси все ранее построенные эпюры  $M$  на отдельных элементах. Общая эпюра  $M$  представлена на рис. 29а). По общей эпюре моментов строится эпюра  $Q$  (см. рис. 29б и рис. 30).

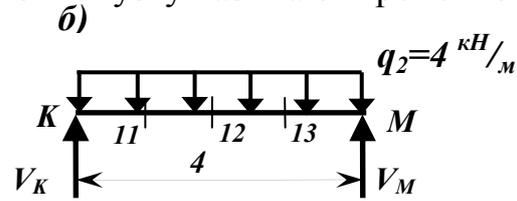
Рассмотренный выше расчет шарнирно-консольной балка является расчетом на постоянную нагрузку, то есть такую нагрузку, которая не

меняет своего места положения за весь период эксплуатации балки. Но на балку может действовать и нагрузка, которая может находиться в любом месте балки и на любом ее участке, такую нагрузку называют временной.



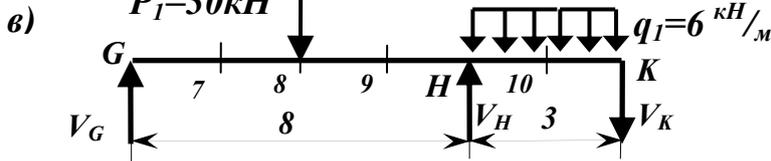
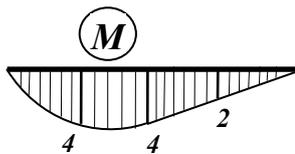
$$\begin{aligned} \Sigma M_C &= 0; \\ V_B \cdot 4 - q_2 \cdot 2 \cdot 3 &= 0; \quad V_B = 4 \cdot 2 \cdot 3 / 4 = 6 \text{ кН}; \\ \Sigma M_B &= 0; \\ V_C \cdot 4 - q_2 \cdot 2 \cdot 1 &= 0; \quad V_C = 4 \cdot 2 \cdot 1 / 4 = 2 \text{ кН}; \\ \text{Проверка: } \Sigma Y &= 0; \\ V_C + V_B - q_2 \cdot 2 &= 6 + 2 - 8 = 0. \end{aligned}$$

Подсчет ординат эюры  $M$   
 $M_4 = V_B \cdot 1 - q \cdot 1 \cdot 0,5 = 6 \cdot 1 - 4 \cdot 1 \cdot 0,5 = 4 \text{ кНм}$   
 $M_5 = V_C \cdot 2 = 2 \cdot 1 = 4 \text{ кНм}$ ;  $M_6 = 0,5 \cdot M_5 = 2 \text{ кНм}$ ; во всех рассмотренных сечениях растягиваются нижние волокна



$$\begin{aligned} \Sigma M_K &= 0; \\ V_K \cdot 4 - q_2 \cdot 4 \cdot 2 &= 0; \quad V_K = 4 \cdot 4 \cdot 2 / 4 = 8 \text{ кН}; \\ \Sigma M_M &= 0; \\ V_M \cdot 4 - q_2 \cdot 4 \cdot 2 &= 0; \quad V_M = 4 \cdot 4 \cdot 2 / 4 = 8 \text{ кН}; \\ \text{Проверка: } \Sigma Y &= 0; \\ V_M + V_K - q_2 \cdot 4 &= 8 + 8 - 16 = 0. \end{aligned}$$

Подсчет ординат эюры  $M$   
 $M_{11} = V_K \cdot 1 - q_2 \cdot 1 \cdot 0,5 = 8 \cdot 1 - 4 \cdot 1 \cdot 0,5 = 6 \text{ кНм}$   
 $M_{12} = V_K \cdot 2 - q_2 \cdot 2 \cdot 1 = 8 \cdot 2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 8 \text{ кНм}$ ;  $M_{13} = M_{11} = 6 \text{ кНм}$ ; во всех рассмотренных сечениях растягиваются нижние волокна



$$\begin{aligned} \Sigma M_G &= 0; \quad V_H \cdot 8 - q_1 \cdot 3 \cdot 9,5 - P_1 \cdot 4 - V_K \cdot 11 = 0; \quad V_H = (6 \cdot 3 \cdot 9,5 + 30 \cdot 4 + 8 \cdot 11) / 8 = 47,38 \text{ кН}; \\ \Sigma M_H &= 0; \quad V_G \cdot 8 + q_1 \cdot 3 \cdot 1,5 - P_1 \cdot 4 + V_K \cdot 3 = 0; \quad V_G = (30 \cdot 4 - 6 \cdot 3 \cdot 1,5 + 8 \cdot 3) / 8 = 8,62 \text{ кН}; \\ \text{Проверка: } \Sigma Y &= 0; \quad V_H + V_G - q_1 \cdot 3 - P_1 - V_K = 47,38 + 8,62 - 6 \cdot 3 - 30 - 8 = 0. \end{aligned}$$

Подсчет ординат эюры  $M$ :  $M_8 = V_G \cdot 4 = 8,62 \cdot 4 = 34,48 \text{ кНм}$ ;  $M_7 = 0,5 \cdot M_8 = 17,24 \text{ кНм}$ ;  $M_9 = V_G \cdot 6 - P_1 \cdot 2 = 8,62 \cdot 6 - 30 \cdot 2 = -8,28 \text{ кНм}$ .  $M_H = -V_K \cdot 3 - q_1 \cdot 3 \cdot 1,5 = -8 \cdot 3 - 6 \cdot 3 \cdot 1,5 = -51 \text{ кНм}$ ;  $M_{10} = -V_K \cdot 1,5 - q_1 \cdot 1,5 \cdot 0,75 = -8 \cdot 1,5 - 6 \cdot 1,5 \cdot 0,75 = -18,75 \text{ кНм}$ . В сечениях 7-8 растягиваются нижние волокна, в сечениях 9,10 и H растягиваются верхние волокна.

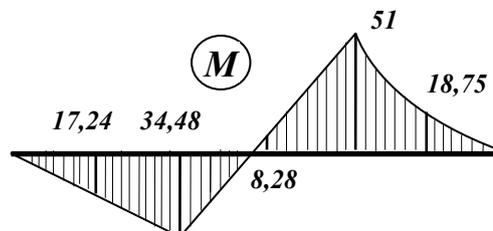
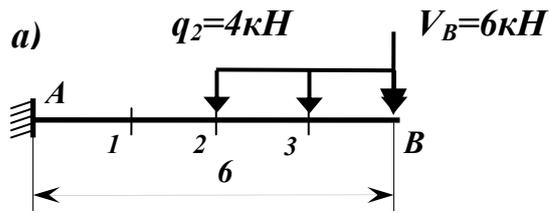


Рис. 27. Расчет и построение эюры моментов для элементов  $BC$  (а),  $KM$  (б) и  $GHK$  (в)



Подсчет ординат эпюры  $M$

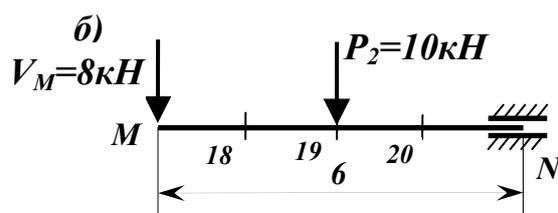
$$M_3 = V_B \cdot 1,5 + q \cdot 1,5 \cdot 0,75 = 6 \cdot 1,5 + 4 \cdot 1,5 \cdot 0,75 = 13,5 \text{ кНм};$$

$$M_2 = V_B \cdot 3 + q \cdot 3 \cdot 1,5 = 6 \cdot 3 + 4 \cdot 3 \cdot 1,5 = 36 \text{ кНм};$$

$$M_1 = V_B \cdot 4,5 + q \cdot 3 \cdot 3 = 6 \cdot 4,5 + 4 \cdot 3 \cdot 3 = 63 \text{ кНм};$$

$$M_A = V_B \cdot 6 + q \cdot 3 \cdot 4,5 = 6 \cdot 6 + 4 \cdot 3 \cdot 4,5 = 90 \text{ кНм};$$

во всех рассмотренных сечениях растягиваются верхние волокна



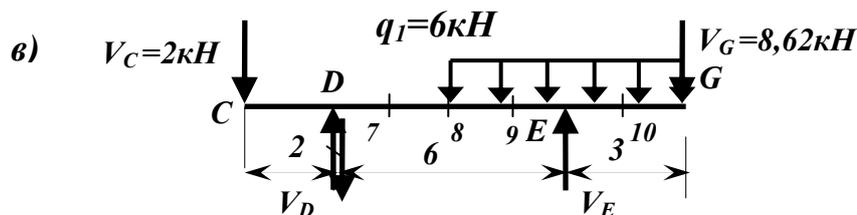
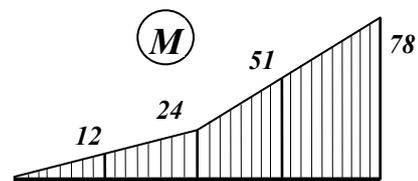
Подсчет ординат эпюры  $M$

$$M_{18} = V_M \cdot 1,5 = 8 \cdot 1,5 = 12 \text{ кНм}; \quad M_{19} = V_M \cdot 3 = 8 \cdot 3 = 24 \text{ кНм};$$

$$M_{20} = V_M \cdot 4,5 + P_2 \cdot 1,5 = 8 \cdot 4,5 + 10 \cdot 1,5 = 51 \text{ кНм};$$

$$M_{21} = V_M \cdot 6 + P_2 \cdot 3 = 8 \cdot 6 + 10 \cdot 3 = 78 \text{ кНм};$$

во всех рассмотренных сечениях растягиваются верхние волокна



$$\Sigma M_D = 0; \quad V_E \cdot 6 - q_I \cdot 6 \cdot 6 - V_G \cdot 9 + V_C \cdot 2 = 0; \quad V_E = (6 \cdot 6 \cdot 6 + 8,62 \cdot 9 - 2 \cdot 2) / 6 = 48,26 \text{ кН};$$

$$\Sigma M_E = 0; \quad V_D \cdot 6 + V_G \cdot 3 - V_C \cdot 8 = 0; \quad V_D = (2 \cdot 8 - 8,62 \cdot 3) / 8 = -1,64 \text{ кН};$$

$$\text{Проверка: } \Sigma Y = 0; \quad V_E - V_D - q_I \cdot 6 - V_C - V_G = 48,26 - 8,62 - 6 \cdot 6 - 1,64 - 2 = 0.$$

Подсчет ординат эпюры  $M$

$$M_D = V_C \cdot 2 = 2 \cdot 2 = 4 \text{ кНм}; \quad M_7 = V_C \cdot 3,5 + V_D \cdot 1,5 = 2 \cdot 3,5 + 1,64 \cdot 1,5 = 9,46 \text{ кНм};$$

$$M_8 = V_C \cdot 5 + V_D \cdot 3 = 2 \cdot 5 + 1,64 \cdot 3 = 14,92 \text{ кНм}; \quad M_9 = V_C \cdot 6,5 + V_D \cdot 4,5 + q_I \cdot 1,5 \cdot 0,75 =$$

$$2 \cdot 6,5 + 1,64 \cdot 4,5 + 6 \cdot 1,5 \cdot 0,75 = 27,13 \text{ кНм}; \quad M_E = V_G \cdot 3 + q \cdot 3 \cdot 1,5 = 8,62 \cdot 3 + 6 \cdot 3 \cdot 1,5 =$$

$$= 52,86 \text{ кНм}; \text{ во всех рассмотренных сечениях растягиваются верхние волокна}$$

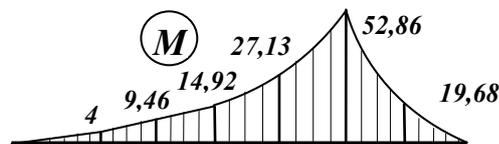


Рис. 28. Расчет и построение эпюры моментов для элементов  $AB$  (а),  $MN$  (б) и  $CDEG$  (в)

Расчет на временную нагрузку имеет своей целью найти наихудшее положение такой нагрузки в сочетании с постоянной нагрузкой, которое вызывает наибольшие усилия в рассматриваемых сечениях балки. Для определения наибольших усилий (расчетных усилий) строятся специальные эпюры, называемые объемлющими. **Объемлющей эпюрой**

**моментов называются две экстремальные эпюры, ограничивающие область значений изгибающих моментов для всех сечений шарнирно-консольной балки, при всевозможных положениях временной нагрузки на балке.** Расчет на наихудшее положение временной нагрузки на балке и построение объемлющей эпюры моментов выполняется различными способами. Самым простым из этих способов является расчет на последовательное загрузление временной нагрузкой всех пролетов и крайних консолей шарнирно-консольной балки по отдельности.

При расчете на временную нагрузку мы рассчитываем шарнирную балку столько раз, сколько есть пролетов у балки и крайних консолей. Порядок расчета балки на новое загрузление ничем не отличается от расчета на постоянную нагрузку, поскольку этот порядок определяется поэтажной схемой балки. Полезно при каждом расчете на новое положение временной нагрузки строить поэтажную схему балки и показывать на этой схеме загрузление временной нагрузкой. Поэтажная схема балки помогает сразу увидеть в каких пределах балки будет эпюра моментов от временного загрузления.

На рис. 31 приведено загрузление шарнирно-консольной балки (см. рис. 26), временной равномерно-распределенной нагрузкой  $r = 5 \text{ кН/м}$  в первом пролете, порядок расчета и эпюра моментов от этого загрузления. Загрузления других пролетов и эпюры моментов от этих загрузлений приведены на рис. 32. Эпюры моментов от постоянной и временной нагрузки являются исходными для построения объемлющей эпюры моментов. Подсчет ординат объемлющей эпюры моментов приведен в таблице 2. Ординаты объемлющей эпюры подсчитываются по формулам:

$$M_{max} = M_{пост} + \sum M_{i,врем}^+ ; \quad (3)$$

$$M_{min} = M_{пост} + \sum M_{i,врем}^-$$

По объемлющей эпюре моментов (рис. 33) можно определить расчетные моменты в каждом из рассмотренных сечений и подобрать параметры поперечных сечений балки. Обычно для элемента балки подбирают размеры поперечного сечения по наибольшему из расчетных моментов этого элемента.

Определим расчетные моменты для каждого элемента балки:  
 элемент  $A - B : M_{расч} = 240 \text{ кНм}$ ; элемент  $B - C : M_{расч} = 14 \text{ кНм}$ ;  
 элемент  $C - G : M_{расч} = 135,36 \text{ кНм}$ ; элемент  $G - K : M_{расч} = 103,5 \text{ кНм}$ ;  
 элемент  $K - M : M_{расч} = 18 \text{ кНм}$ ; элемент  $M - N : M_{расч} = 228 \text{ кНм}$ .



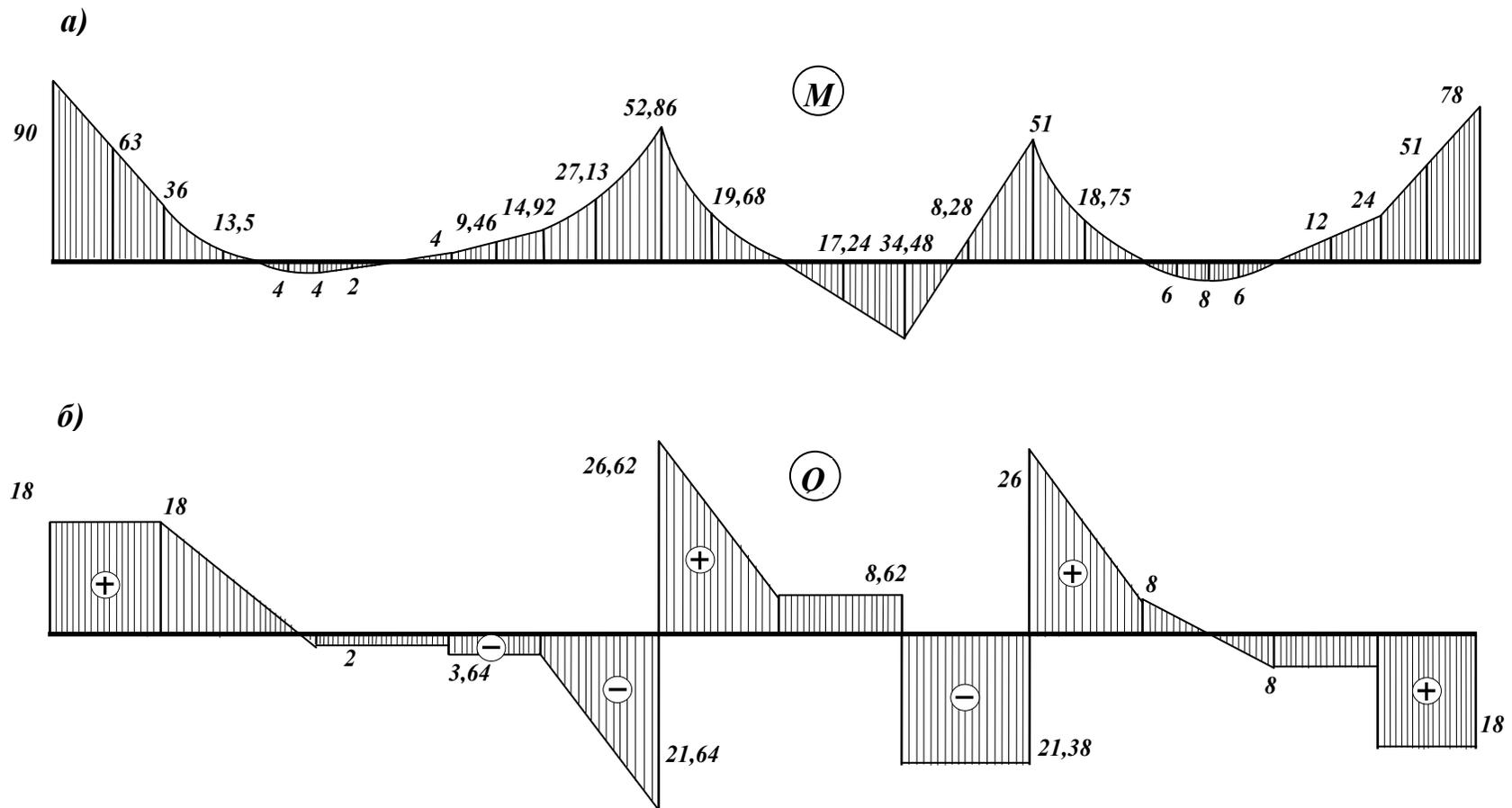
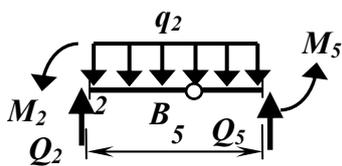


Рис. 29. Эпюры моментов ( $M$ ) и поперечных сил ( $Q$ ) в шарнирно-консольной балке от постоянной нагрузки

Подсчет ординат эюры  $Q$  (см рис. 27).

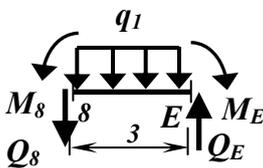
Участок А-2:  $Q = (90-36)/3=18$  кН, знак +; участок 5-9:  $Q = (4+4)/4=2$  кН, знак -; участок D-6:  $Q = (14,92-4)/3=3,64$  кН, знак -; участок G-8:  $Q = 34,48 /4 = 8,62$  кН, знак +; участок 8-Н:  $Q = (34,48+51)/4= 21,38$  кН, знак -; участок 17-19:  $Q = 24/3= 8$  кН, знак+ ; участок 19-Н:  $Q = (78-24)/3= 18$  кН, знак+;

Участок 2-5:



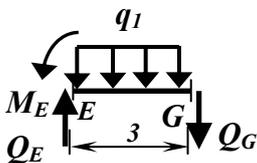
$$\begin{aligned} \sum M_5=0; Q_2 \cdot 5 - q_2 \cdot 5 \cdot 2,5 - M_2 - M_5 &= 0; \\ Q_2 &= (36 + 4 + 4 \cdot 5 \cdot 2,5) / 5 = 18 \text{ кН знак «ПЛЮС»}; \\ \sum M_2=0; -Q_5 \cdot 5 + q_2 \cdot 5 \cdot 2,5 - M_2 - M_5 &= 0; \\ Q_5 &= (4 \cdot 5 \cdot 2,5 - 36 - 4) / 5 = 2 \text{ кН знак «МИНУС»}. \end{aligned}$$

Участок 8-Е:



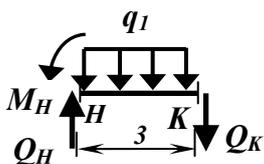
$$\begin{aligned} \sum M_8 = 0; Q_E \cdot 3 - q_1 \cdot 3 \cdot 1,5 + M_8 - M_E &= 0; \\ Q_E &= (6 \cdot 3 \cdot 1,5 - 14,92 + 52,86) / 3 = 21,64 \text{ кН}; \\ \sum M_E = 0; Q_8 \cdot 3 + q_1 \cdot 3 \cdot 1,5 + M_8 - M_E &= 0; \\ Q_8 &= (52,86 - 6 \cdot 3 \cdot 1,5 - 14,92) / 3 = 3,64 \text{ кН}; \\ &\text{знак поперечных сил «МИНУС»}. \end{aligned}$$

Участок Е-Г:



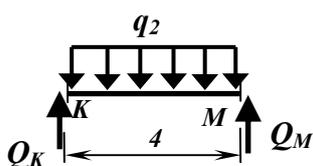
$$\begin{aligned} \sum M_G = 0; Q_E \cdot 3 - q_1 \cdot 3 \cdot 1,5 - M_E &= 0; \\ Q_E &= (6 \cdot 3 \cdot 1,5 + 52,86) / 3 = 26,62 \text{ кН}; \\ \sum M_E = 0; Q_G \cdot 3 + q_1 \cdot 3 \cdot 1,5 - M_E &= 0; \\ Q_G &= (52,86 - 6 \cdot 3 \cdot 1,5) / 3 = 8,62 \text{ кН}; \\ &\text{знак поперечных сил «ПЛЮС»}. \end{aligned}$$

Участок К-М:



$$\begin{aligned} \sum M_K = 0; Q_H \cdot 3 - q_1 \cdot 3 \cdot 1,5 - M_H &= 0; \\ Q_H &= (6 \cdot 3 \cdot 1,5 + 51) / 3 = 26 \text{ кН}; \\ \sum M_H = 0; Q_K \cdot 3 + q_1 \cdot 3 \cdot 1,5 - M_H &= 0; \\ Q_K &= (51 - 6 \cdot 3 \cdot 1,5) / 3 = 8 \text{ кН}; \\ &\text{знак поперечных сил «ПЛЮС»}. \end{aligned}$$

Участок К-М:



$$\begin{aligned} \sum M_K=0; Q_M \cdot 4 - q_2 \cdot 4 \cdot 2 &= 0; \\ Q_M &= 4 \cdot 4 \cdot 2 / 4 = 8 \text{ кН, знак «МИНУС»}; \\ \sum M_M=0; -Q_K \cdot 4 + q_2 \cdot 4 \cdot 2 &= 0; \\ Q_K &= 4 \cdot 4 \cdot 2 / 4 = 8 \text{ кН, знак «ПЛЮС»}. \end{aligned}$$

Рис. 30. Подсчет ординат эюры поперечных сил

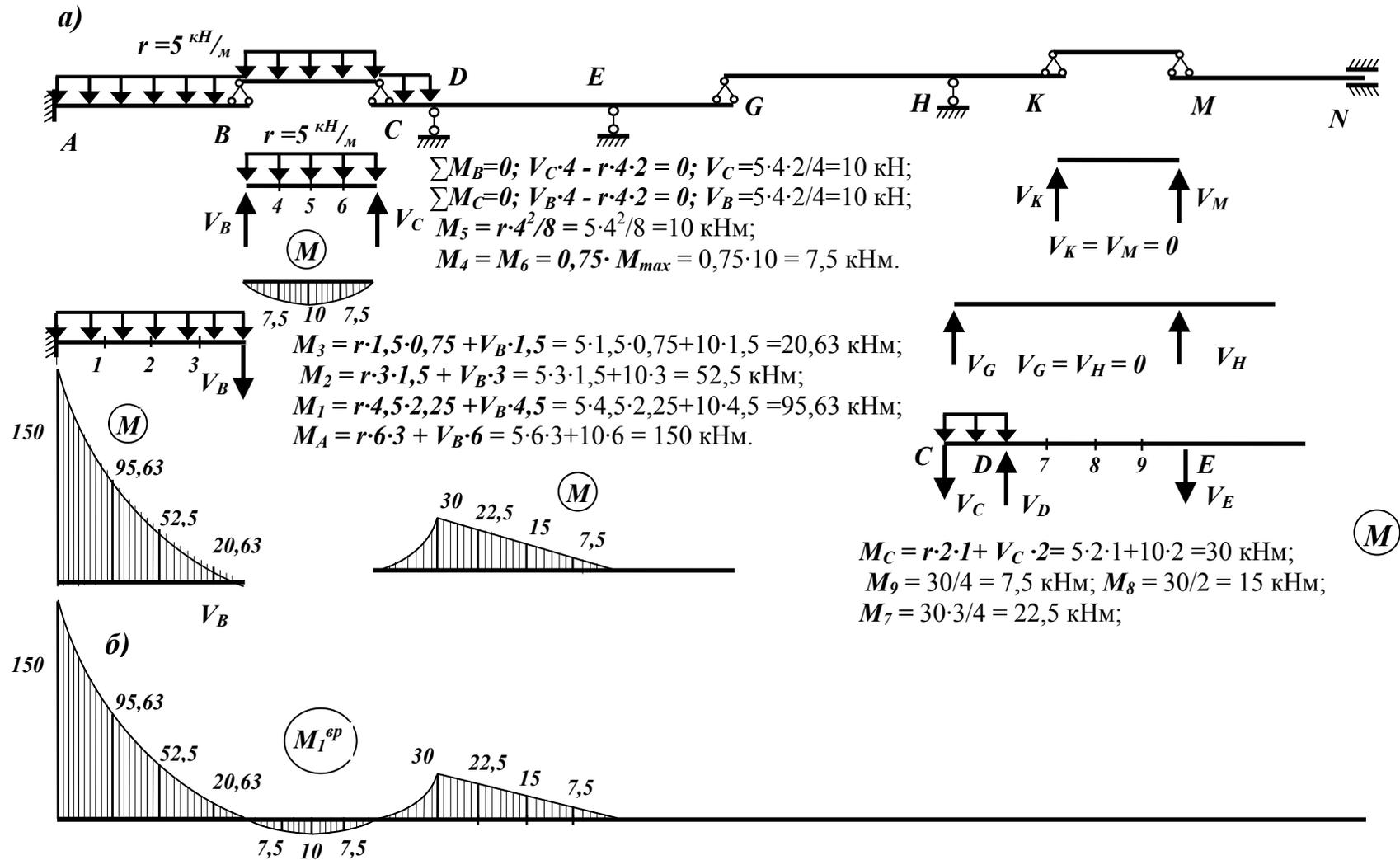


Рис. 31. Загружение первого пролета шарнирно-консольной балки временной нагрузкой  $r$ : а) поэтажная схема и расчет отдельных элементов; б) эпюра моментов ( $M_1^{ep}$ ).



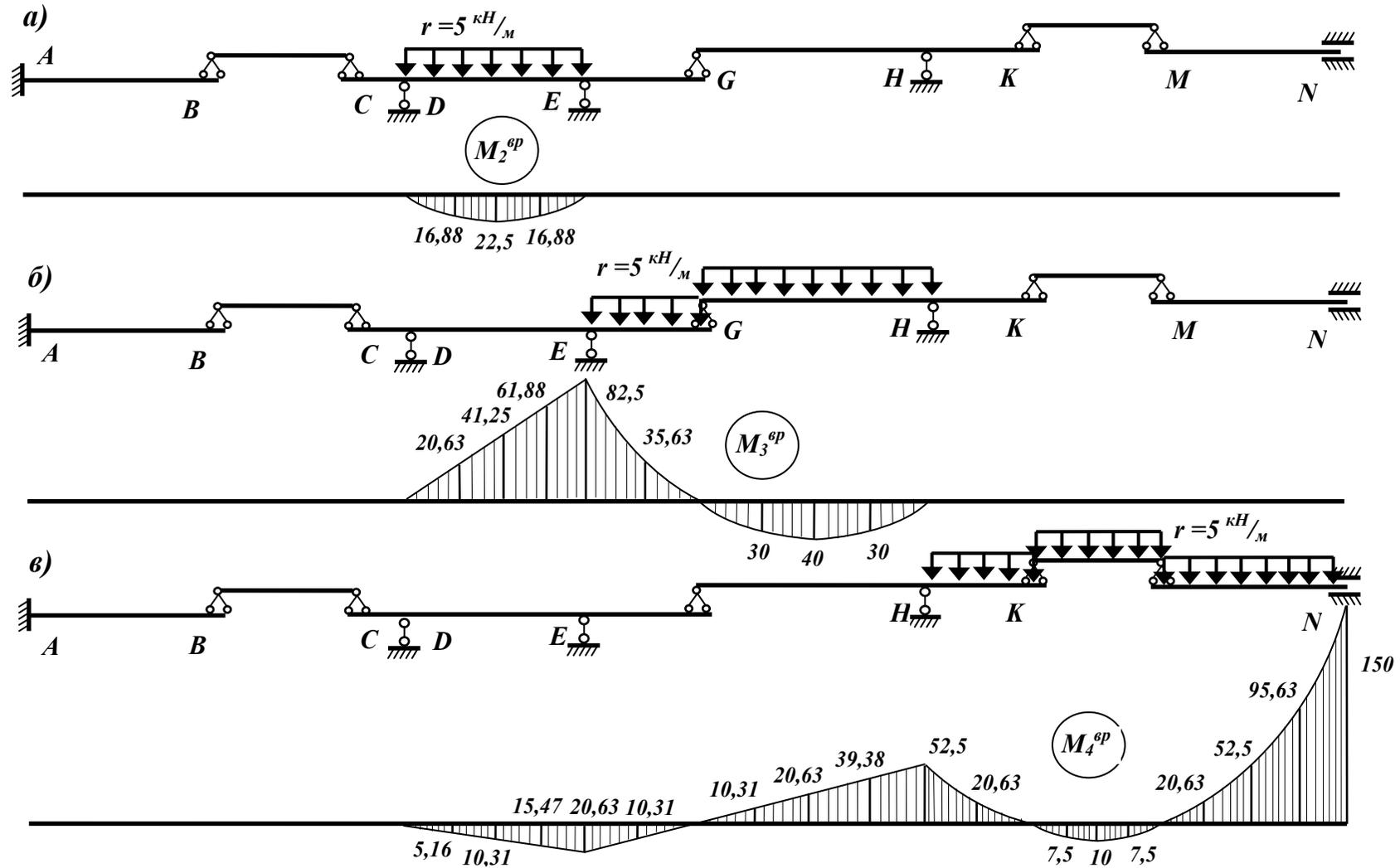


Рис. 32. Эпюры моментов в шарнирно-консольной балке от загрузки временной нагрузкой  $r$ : а) второго пролета; б) в третьего пролета; в) четвертого пролета

Таблица 2

Подсчет ординат объемлющей эпюры моментов шарнирно-консольной балки

№ сечений Эпюры $M$	A	1	2	3	B	4	5	6	C	D	7	8	9	E	10	G	11	12	13	H	14	K	15	16	17	M	18	19	20	N	
$M_{пост}$	90	63	36	-13,5	0	4	4	2	0	-9,46	-14,92	-23,13	-27,13	-52,86	-19,68	0	17,24	34,48	-8,28	-51	-18,25	0	6	8	6	0	-12	-24	-51	-78	
$M_1^{ep}$	-150	-95,63	-52,5	-20,63	0	7,5	10	7,5	0	-30	-22,5	-15	-7,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$M_2^{ep}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16,88	22,5	16,88	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$M_3^{ep}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-20,63	-41,25	-61,88	-82,5	-35,63	0	30	40	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$M_4^{ep}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,16	10,31	15,47	20,63	10,31	0	-10,31	-20,63	-39,38	-52,5	-20,63	0	7,5	10	7,5	0	-20,63	-52,5	-95,63	-150	
$M_{max}$	90	63	36	-13,5	0	11,5	14	9,5	0	-9,46	7,12	9,68	5,22	-32,23	-9,37	0	47,24	74,48	21,72	-51	-18,25	0	13,5	18	13,5	0	-12	-24	-51	-78	
$M_{min}$	-240	-155,63	-88,5	-34,43	0	4	4	2	0	-39,46	-58,05	-79,38	-96,51	-135,36	-55,31	0	6,93	13,85	-31,1	-103,5	-38,88	0	6	8	6	0	-32,63	-76,5	-146,63	-228	

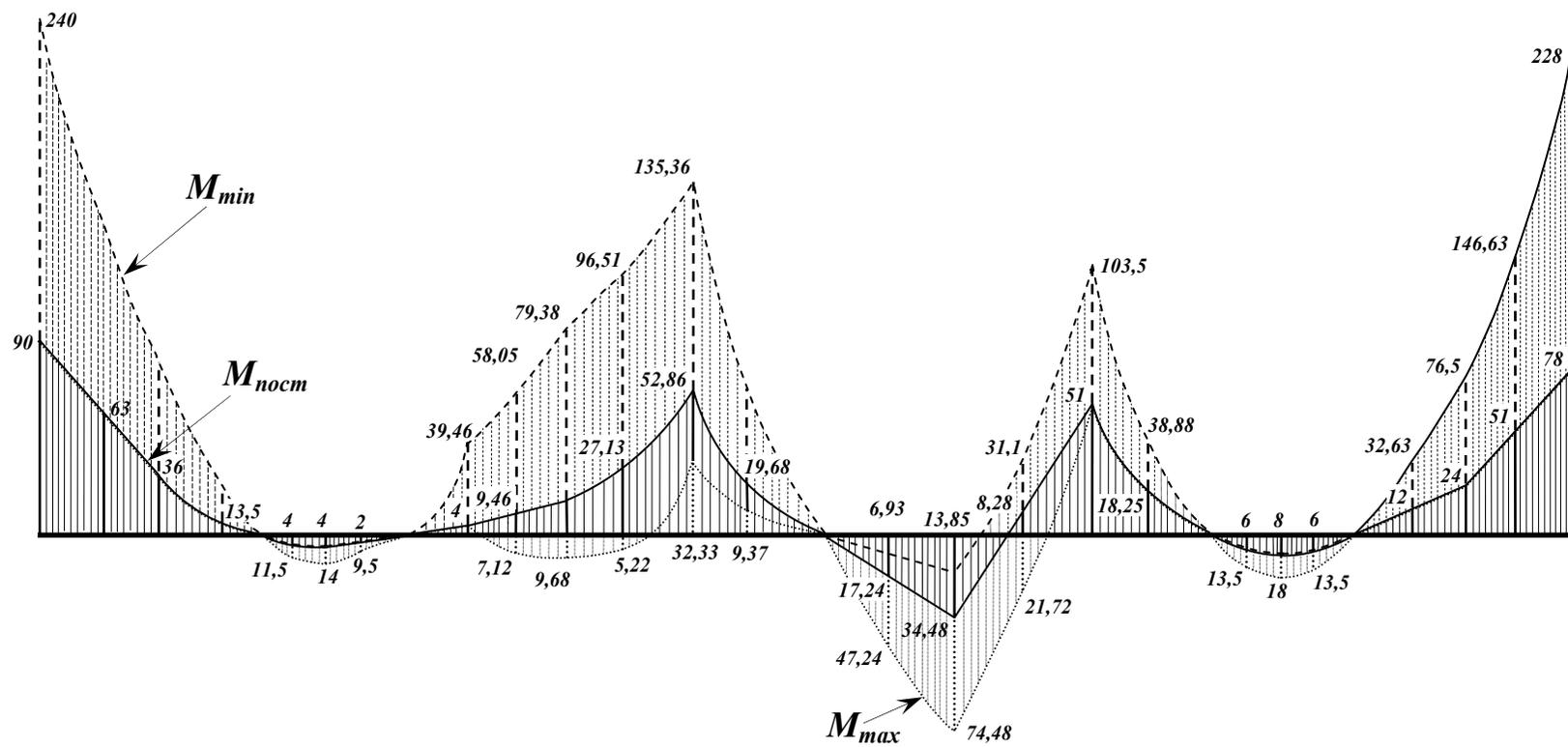


Рис. 33. Объемлющая эпюра моментов в шарнирно-консольной балке



Подберем сечения элементов в форме прокатного двутавра из стали с расчетным сопротивлением  $R_y = 240 \text{ МПа}$ :

элемент  $A - B$  : требуемый момент сопротивления

$$W_x^{mp} = \frac{M_p}{R_y} = \frac{240 \cdot 100}{24} = 1000 \text{ см}^2, \text{ подбираем двутавр № 45, у которого}$$

фактический момент сопротивления  $W_x^\phi = 1220 \text{ см}^2$ ;

элемент  $B - C$  : требуемый момент сопротивления

$$W_x^{mp} = \frac{M_p}{R_y} = \frac{14 \cdot 100}{24} = 58,33 \text{ см}^2, \text{ подбираем двутавр № 12, } W_x^\phi = 58,4 \text{ см}^2;$$

элемент  $C - G$  : требуемый момент сопротивления

$$W_x^{mp} = \frac{M_p}{R_y} = \frac{135,36 \cdot 100}{24} = 564 \text{ см}^2, \text{ подбираем двутавр №33, } W_x^\phi = 597 \text{ см}^2;$$

элемент  $G - K$  : требуемый момент сопротивления

$$W_x^{mp} = \frac{M_p}{R_y} = \frac{103,5 \cdot 100}{24} = 431,3 \text{ см}^2, \text{ подбираем двутавр №30, } W_x^\phi = 472 \text{ см}^2;$$

элемент  $K - M$  : требуемый момент сопротивления

$$W_x^{mp} = \frac{M_p}{R_y} = \frac{18 \cdot 100}{24} = 75 \text{ см}^2, \text{ подбираем двутавр № 14, } W_x^\phi = 81,7 \text{ см}^2;$$

элемент  $M - N$  : требуемый момент сопротивления

$$W_x^{mp} = \frac{M_p}{R_y} = \frac{228 \cdot 100}{24} = 950 \text{ см}^2, \text{ подбираем двутавр №45, } W_x^\phi = 1220 \text{ см}^2.$$

#### 2.4. Расчет неразрезных балок

**Неразрезной балкой называется статически неопределимая балка, имеющая более двух опор.** Если в любой статически определимой шарнирно-консольной балке заменить шарнирные соединения жесткими связями («убрать» шарниры), то она превратится в неразрезную балку. Таким образом, для любой шарнирно-консольной балки можно получить соответствующую ей неразрезную балку.

Рассчитать неразрезную балку можно «вручную», применяя методы расчета статически неопределимых систем (метод сил или метод перемещений) или табличный метод расчета с помощью специальных таблиц (этот метод применим только для балок с равными пролетами и несложной регулярной нагрузкой). Можно также рассчитать неразрезную балку применяя специальные программы для расчета стержневых систем. В курсовом проекте неразрезную балку необходимо рассчитать с помощью

программы **FastFrame**, навыки работы с которой студенты получили в курсе «Информатики».

Последовательность расчета неразрезной балки такая же как и шарнирно-консольной балки, то есть балка рассчитывается на действие постоянной нагрузки и временной нагрузки, прикладываемой последовательно в каждом пролете и крайних консолях. На рис. 32 приведены эпюры моментов от загрузения неразрезной балки постоянной и временной нагрузками, распечатанными в редакторе программы **FastFrame**. В таблице 3 приведены результаты расчета балки выполненной программой **FastFrame**. Если задаться знаком эпюры моментов, считать, например, что «плюс» соответствует растяжению нижних волокон, то в распечатке результатов верный знак будет у второго столбца, показывающего знак концевого сечения рассматриваемого участка.

В таблице 4 приведен подсчет ординат объемлющей эпюры моментов для неразрезной балки. Объемлющая эпюра моментов неразрезной балки приведена на рис. 33.

Определим расчетные моменты для каждого элемента неразрезной балки, соответствующего элементу шарнирно-консольной балки:

элемент  $A - B$  :  $M_{расч} = 105,89$  кНм; элемент  $B - C$  :  $M_{расч} = 55,56$  кНм;

элемент  $C - G$  :  $M_{расч} = 80,19$  кНм; элемент  $G - K$  :  $M_{расч} = 124$  кНм;

элемент  $K - M$  :  $M_{расч} = 66,66$  кНм; элемент  $M - N$  :  $M_{расч} = 121,8$  кНм.

Подберем сечения элементов также в форме прокатного двутавра из стали с расчетным сопротивлением  $R_y = 240$  МПа:

элемент  $A - B$  : требуемый момент сопротивления

$$W_x^{mp} = \frac{M_p}{R_y} = \frac{111,42 \cdot 100}{24} = 465 \text{ см}^2, \text{ подбираем двутавр № 30, у которого}$$

фактический момент сопротивления  $W_x^\phi = 472 \text{ см}^2$ ;

элемент  $B - C$  : требуемый момент сопротивления

$$W_x^{mp} = \frac{M_p}{R_y} = \frac{59,61 \cdot 100}{24} = 249 \text{ см}^2, \text{ подбираем двутавр № 24, } W_x^\phi = 289 \text{ см}^2;$$

элемент  $C - G$  : требуемый момент сопротивления

$$W_x^{mp} = \frac{M_p}{R_y} = \frac{79,35 \cdot 100}{24} = 331 \text{ см}^2, \text{ подбираем двутавр №27, } W_x^\phi = 371 \text{ см}^2;$$

элемент  $G - K$  : требуемый момент сопротивления

$$W_x^{mp} = \frac{M_p}{R_y} = \frac{124,23 \cdot 100}{24} = 518 \text{ см}^2, \text{ подбираем двутавр №30а, } W_x^\phi = 518$$

см<sup>2</sup>;

элемент  $K - M$  : требуемый момент сопротивления

$$W_x^{mp} = \frac{Mp}{R_y} = \frac{66,59 \cdot 100}{24} = 278 \text{ см}^2, \text{ подбираем двутавр № 24, } W_x^\phi = 289 \text{ см}^2;$$

элемент  $M-N$  : требуемый момент сопротивления

$$W_x^{mp} = \frac{Mp}{R_y} = \frac{121,74 \cdot 100}{24} = 508 \text{ см}^2, \text{ подбираем двутавр №30а, } W_x^\phi = 518 \text{ см}^2.$$

## **2.5. Сравнение результатов расчета шарнирно-консольной и соответствующей ей неразрезной балок**

Составим таблицу сравнения результатов расчета двух балок, в которую занесем параметры подобранных из условия прочности соответствующих элементов двух балок. Таблица 4 представлена на стр. 30.

Анализируя полученные результаты и сравнивая объемлющие эпюры для двух балок можно сделать следующие выводы:

- 1. В неразрезной балке изгибающие моменты, растягивающие верхние и нижние волокна по длине балки распределяются более равномерно, чем в шарнирно-консольной балке, что приводит к снижению расчетных моментов для большинства элементов.**
- 2. Общий вес у неразрезной балки меньше, чем у шарнирно-консольной балки, следовательно, она является более экономичной.**

## **2.5. Оформление курсовой работы**

Пояснительная записка к курсовой работе должна быть оформлена в соответствии с правилами оформления курсовой работы на листах формата А4 и содержать титульный лист с указанием вуза, института, кафедры, названия работы, автора, проверяющего преподавателя, города и года выполнения работы; задания на курсовую работу; содержания с указанием разделов и страниц. Записка может быть написана на каждой странице или на одной странице каждого листа. Уравнения статики записываются вначале в общем виде, затем в них подставляются значения сил, плеч, функций углов наклона. Вычисления усилий производятся с точностью до третьего знака, окончательный результат округляется до второго знака после запятой.



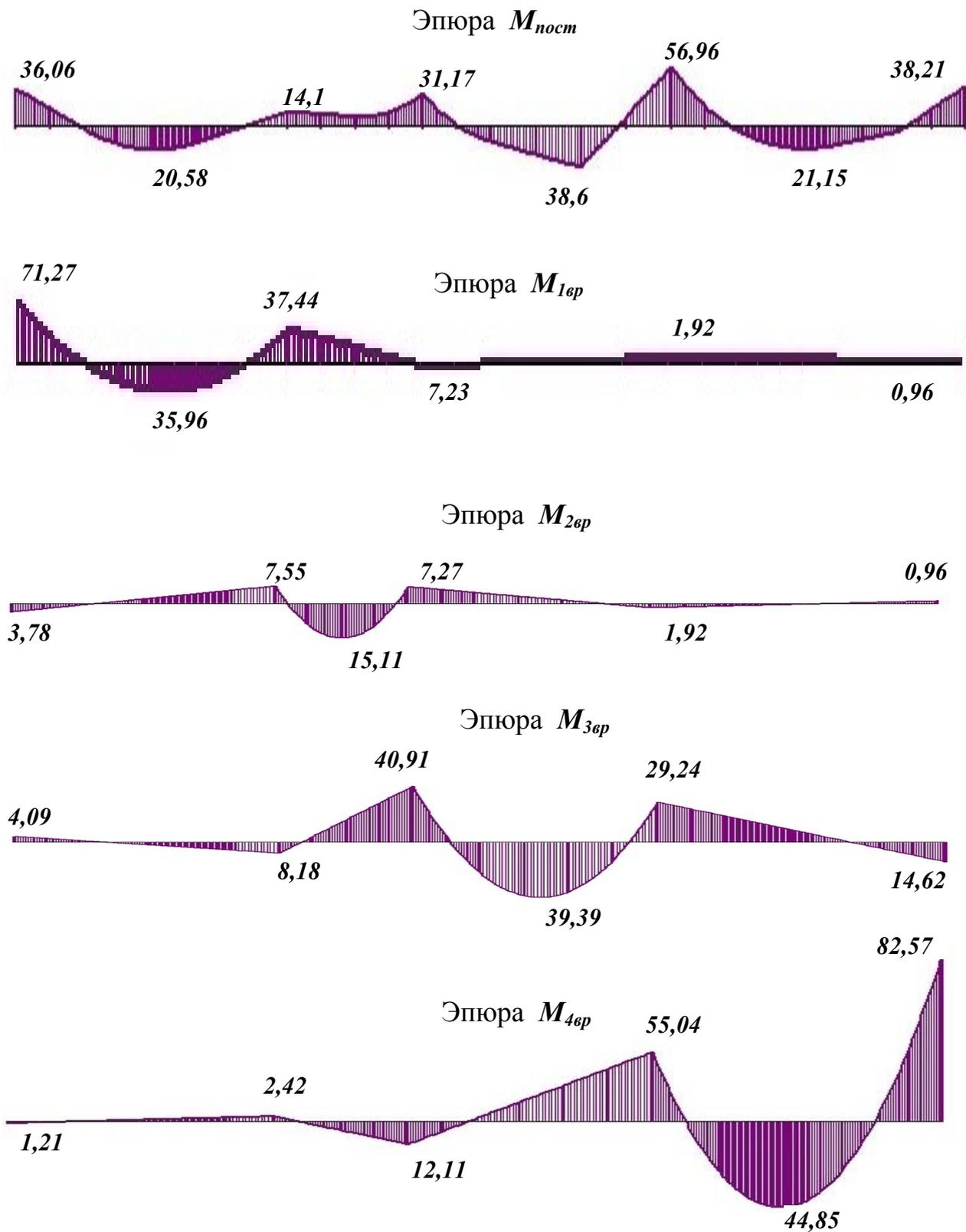


Рис. 30. Эпюры моментов от постоянной нагрузки и временной нагрузки в каждом пролете для неразрезной балки построенных в программе *FastFrame*



Таблица 3

Подсчет ординат объемлющей эпюры моментов неразрезной балки

№ сечений Эпюры $M$																														
	<i>A</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>B</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>E</i>	<i>10</i>	<i>G</i>	<i>11</i>	<i>12</i>	<i>13</i>	<i>H</i>	<i>14</i>	<i>K</i>	<i>15</i>	<i>16</i>	<i>17</i>	<i>M</i>	<i>18</i>	<i>19</i>	<i>20</i>	<i>N</i>
$M_{ност}$	-36,06	-17,06	1,93	16,43	21,92	20,58	15,25	7,91	0,58	-14,1	-11,61	-9,13	-13,4	-31,17	-1,75	14,16	26,38	38,6	-9,18	-56,96	-19,43	4,6	14,12	19,64	21,15	18,67	11,95	5,23	-16,49	-38,21
$M_1^{ep}$	-71,27	-27,67	4,68	-25,78	35,64	35,96	31,28	21,6	1,92	-37,44	-26,78	-15,78	-3,94	7,23	5,98	4,33	3,07	1,41	-0,25	-1,92	-1,58	-1,25	-1,03	-0,81	-0,59	-0,37	-0,04	0,29	0,63	0,96
$M_2^{ep}$	3,78	2,36	0,94	-0,47	-1,89	-2,83	-3,78	-4,72	-5,67	-7,55	9,4	15,11	9,57	-7,27	-5,98	-4,33	-3,07	-1,41	0,25	1,92	1,58	1,25	1,03	0,81	0,59	0,37	0,04	-0,29	-0,63	-0,96
$M_3^{ep}$	-4,09	-2,56	-1,02	0,51	2,05	3,07	4,09	5,11	6,14	8,18	-4,09	-16,37	-28,64	-40,91	-3,7	22,27	39,39	36,51	13,63	-29,24	-24,18	-19,12	-15,75	-12,57	-9,0	-5,63	-0,56	4,5	9,56	14,62
$M_4^{ep}$	1,21	0,76	0,30	-0,15	-0,61	-0,91	-1,21	-1,51	-1,82	-2,42	1,21	4,24	8,48	12,11	5,53	-1,04	-9,81	-18,58	-27,34	-36,11	1,0	26,87	37,86	43,85	44,85	40,84	-25,45	-1,18	-59,06	-82,57
$M_{max}$	-31,07	-13,94	7,85	42,72	59,61	59,61	50,62	34,62	8,64	-5,93	-1,0	10,12	4,65	-11,83	9,76	41,36	68,84	76,52	4,7	-55,04	-16,85	32,72	53,01	64,3	66,59	59,88	37,44	10,02	-6,3	-22,63
$M_{min}$	-111,42	-47,29	0,91	15,81	19,42	16,84	10,26	1,68	-6,91	-61,51	-42,48	-41,28	-45,98	-79,35	-11,43	8,79	13,5	18,61	-46,77	-124,23	-45,19	-15,77	-2,66	6,26	11,56	12,67	-11,35	3,76	-76,18	-121,74



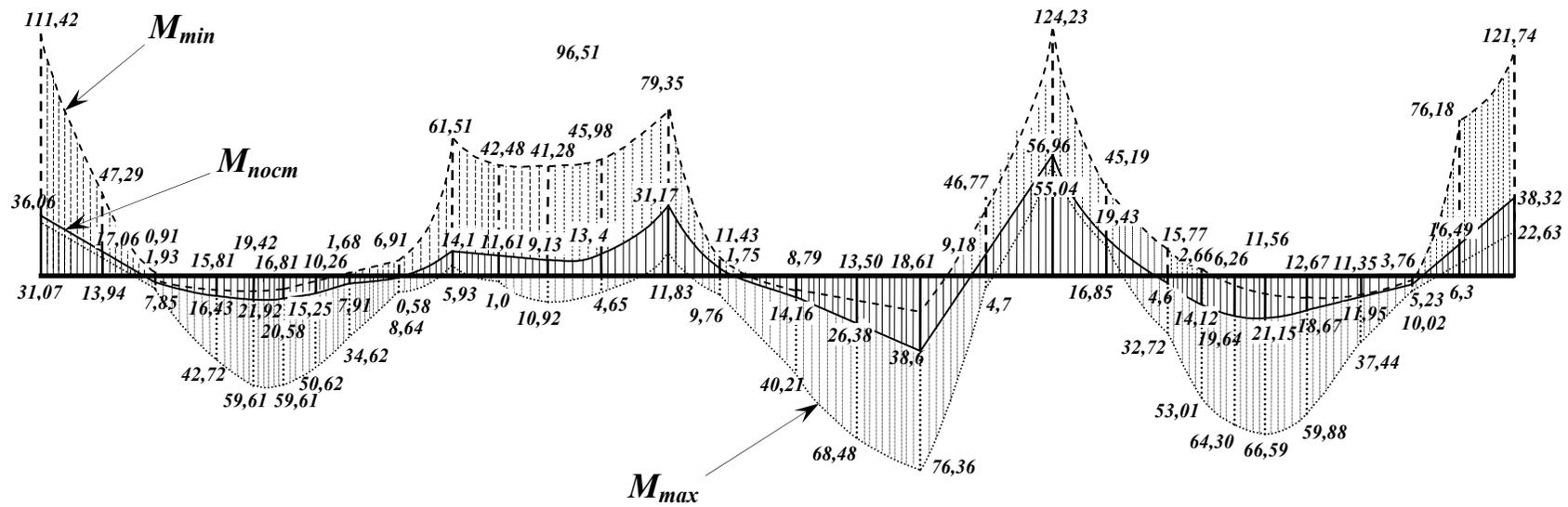


Рис. 35. Объемлющая эпюра моментов в неразрезной балке



Таблица 4

Таблица сравнения результатов расчета шарнирно-консольной и соответствующей ей неразрезной балок

Эле- мент	Дли- на $l$ (м)	<i>Шарнирно-консольная балка</i>						<i>Неразрезная балка</i>						
		$M_{расч}$ (кНм)	$W_x^{треб}$ (см <sup>3</sup> )	$W_x^{факт}$ (см <sup>3</sup> )	<i>сечение</i>	$t$ (кг/м)	$Q$ (кг)	$M_{расч}$ (кНм)	$W_x^{треб}$ (см <sup>3</sup> )	$W_x^{факт}$ (см <sup>3</sup> )	<i>сечение</i>	$t$ (кг/м)	$Q$ (кг)	
<i>A - B</i>	6	240	1000	1220	двутавр № 45	65,2	391,2	111,42	465	472	двутавр № 30	36,5	219	
<i>B - C</i>	4	14	58,33	58,4	двутавр № 12	11,5	46	59,61	249	232	двутавр № 24	27,3	109,2	
<i>C - G</i>	11	135,36	564	597	двутавр № 33	42,2	464,2	79,35	331	371	двутавр № 27	31,5	346,5	
<i>G - K</i>	11	103,5	432	472	двутавр № 30	36,5	401,5	124,23	518	518	двутавр № 30а	39,2	431,2	
<i>K - M</i>	4	18	75	81,7	двутавр № 14	13,7	54,8	66,59	278	289	двутавр № 24	27,3	109,2	
<i>M - N</i>	6	228	950	1220	двутавр № 45	65,2	391,2	121,74	508	518	двутавр № 30а	39,2	235,2	
<i>Общий вес балки</i>							1749	<i>Общий вес балки</i>						1451

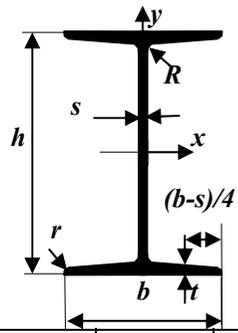


## Список литературы

1. Курс теории сооружений. Строительная механика. Ч.1. Теория сооружений в инженерном деле. Р.2. Классификация, рабочее состояние и оценка прочности сооружений / Под общ. ред. проф. А.А.Стоценко. Учебник. – Владивосток: Изд-во ДВГТУ. – 216 с.
2. Строительная механика. Учебник. А.В.Дарков, Н.Н. Шапошников. – М.: Изд-во “Лань”, 2004 г. 656 с.

## **Приложение**

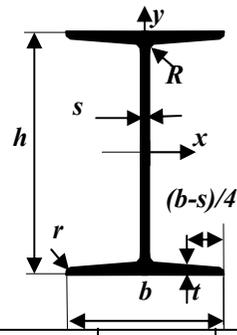
**Выдержки из сортамента металлопроката по ГОСТ 8239-89**



Двутавры стальные  
горячекатаные.  
СОРТАМЕНТ  
ГОСТ 8239-89

Размеры в мм  
(обозначения на рисунке)

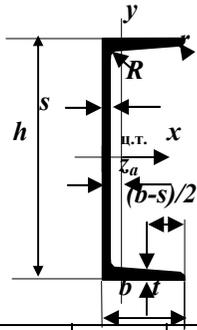
Номер профиля	Размеры в мм (обозначения на рисунке)						Площадь сечения см <sup>2</sup>	Масса одного метра кг	Момент инерции относительно оси, см <sup>4</sup>		Момент сопротивления относительно оси, см <sup>3</sup>		Радиус инерции относительно оси, см		Статический момент полусечения относительно оси <b>x</b> см <sup>3</sup>
	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>			<i>x</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	
10	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	9,46	198	17,9	39,7	6,49	4,06	1,22	23,0
12	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	11,5	350	27,9	58,4	8,72	4,88	1,38	33,7
14	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	13,7	572	41,9	81,7	11,5	5,73	1,55	46,8
16	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	15,9	673	58,6	109	14,5	6,57	1,70	62,3
18	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	18,4	1290	82,6	143	18,4	7,42	1,88	81,4
18a	180	100	5.1	8.3	9.0	3.5	25.4	19.9	1430	114	159	22. 8	7.51	2.12	89.8
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	21,0	1840	115	184	23,1	8,28	2,07	104
20a	200	110	5.2	8.6	9.5	4.0	28.9	22.7	2030	155	203	28.2	8.37	2.32	114
22	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	24,0	2550	157	232	28,6	9,13	2,27	131
22a	220	120	5.4	8.9	10.0	4.0	32.8	25.8	2790	206	254	34.3	9.22	2.50	143
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	27,3	3460	198	289	34,2	9,97	2,37	163
24a	240	125	5.6	9.8	10.5	4.0	37.5	29.4	3800	260	317	41.6	10.1	2.63	178
27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	31,5	5010	260	371	41,5	11,2	2,54	210
27a	270	135	6.0	10.2	11.0	4.5	43.2	33.9	5500	337	407	50.0	11.3	2.80	229



Двутавры стальные  
горячекатаные.  
СОРТАМЕНТ  
ГОСТ 8239-89

Размеры в мм  
(обозначения на рисунке)

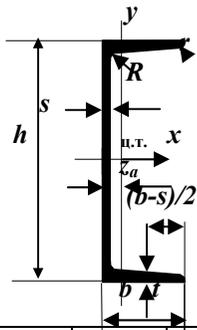
Номер профиля	Размеры в мм (обозначения на рисунке)						Площадь сечения см <sup>2</sup>	Масса одного метра кг	Момент инерции относительно оси, см <sup>4</sup>		Момент сопротивления относительно оси, см <sup>3</sup>		Радиус инерции относительно оси, см		Статический момент полусечения относительно оси <b>x</b> см <sup>3</sup>
	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>			<i>x</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	
30	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	36,5	7080	337	472	49,9	12,3	2,69	260
30a	300	145	6,5	10,7	12,0	5,0	49,9	39,2	7780	436	518	60,1	12,5	2,95	292
33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	42,2	9840	419	597	59,9	13,5	2,79	339
36	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	48,6	13380	516	743	71,1	14,7	2,89	423
40	400	155	8,0	13,0	15,0	6,0	71,4	56,1	18930	666	947	85,9	16,3	3,05	540
45	450	160	8,6	14,2	16,0	7,0	83,0	65,2	27450	807	1220	101	18,2	3,12	699
50	500	170	9,5	15,2	17,0	7,0	97,8	76,8	39290	1040	1570	122	20,0	3,26	905
55	550	180	10,3	16,5	18,0	7,0	114,0	89,8	55150	1350	2000	150	22,0	3,44	1150
60	600	190	11,1	17,8	20,0	8,0	132,0	104,0	75450	1720	2510	181	23,9	3,60	1450
65	650	200	12,0	19,2	22	9	153	120	101400	2170	3120	217	25,8	3,77	1800
70	700	210	13,0	20,8	24	10	176	138	134600	2730	3940	260	27,7	3,94	2230
70a	700	210	15,0	24,0	24	10	202	158	152700	3240	4360	309	27,5	4,01	2550
70б	700	210	17,5	28,2	24	10	234	184	175370	3910	5010	373	27,4	4,09	2940



Швеллеры стальные  
горячекатаные.  
СОРТАМЕНТ  
ГОСТ 8240-89

Размеры в мм  
(обозначение на рисунке)

Номер профиля	Размеры в мм (обозначение на рисунке)							Площадь сечения см <sup>2</sup>	Масса одног о метра кг	Момент инерции сечения относительно оси, см <sup>4</sup>		Момент сопротивления относительно оси см <sup>3</sup>		Момент сопротивления относительно оси, см		Статический момент полусечения относительно оси x см <sup>3</sup>
	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>	<i>z<sub>a</sub></i>			<i>x</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	
5	50	32	4.4	7.0	6	2.5	11.6	6.16	4.84	22.8	5.61	9.1	2.75	1.92	0.95	5.59
6.5	65	36	4.4	7.2	6	2.5	12.4	7.51	5.90	48.6	8.70	15.0	3.68	2.54	1.08	9.00
8	80	40	4.5	7.4	6.5	2.5	13.1	8.98	7.05	89.4	12.8	22.4	4.75	3.16	1.19	23.3
10	100	46	4.5	7.6	7	3.0	14.4	10.9	8.59	174	20.4	34.8	6.46	3.99	1.37	20.4
12	120	52	4.8	7.8	7.5	3.0	15.4	13.3	10.4	304	31.2	50.6	8.52	4.78	1.53	29.6
14	140	58	4.9	8.1	8	3.0	16.7	15.6	12.3	491	45.4	70.2	11.0	5.60	1.70	40.8
14a	140	62	4.9	8.7	8.5	3.5	18.7	17.0	13.3	545	57.5	77.8	13.3	5.66	1.84	45.1
16	160	64	5.0	8.4	8.5	3.5	18.0	18.1	14.2	747	63.3	93.4	13.8	6.42	1.87	54.1
16a	160	68	5.0	9.0	8.5	3.5	20.0	19.5	15.3	823	78.8	103	16.4	6.49	2.01	59.4
18	180	70	5.1	8.7	9	3.5	19.4	20.7	16.3	1090	86.0	121	17.0	7.24	2.04	69.8
18a	180	74	5.1	9.3	9	3.5	21.3	22.2	17.4	1190	105	132	20.0	7.32	2.18	76.1



Швеллеры стальные  
горячекатаные.  
СОРТАМЕНТ  
ГОСТ 8240-89

Размеры в мм  
(обозначение на рисунке)

Номер профиля	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>R</i>	<i>r</i>	<i>z<sub>a</sub></i>	Площадь сечения см <sup>2</sup>	Масса одно го метра кг	Момент инерции сечения относительно оси, см <sup>4</sup>		Момент сопротивления относительно оси см <sup>3</sup>		Момент сопротивления относительно оси, см		Статический момент полусечения относительно оси <i>x</i> см <sup>3</sup>
										<i>x</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	
20	200	76	5.2	9.0	9.5	4.0	20.7	23.4	18.4	1520	113	152	20.5	8.07	2.20	87.8
20a	200	80	5.2	9.7	9.5	4.0	22.8	25.2	19.8	1670	139	167	24.2	8.15	2.35	95.9
22	220	82	5.4	9.5	10	4.0	22.1	26.7	21.0	2110	151	192	25.1	8.89	2.37	110
22a	220	87	5.4	10.2	10	4.0	24.6	28.8	22.6	2330	187	212	30.0	8.99	2.55	121
24	240	90	5.6	10.0	10.5	4.0	24.2	30.6	24.0	2900	208	242	31.6	9.73	2.60	139
24a	240	95	5.6	10.7	10.5	4.0	26.7	32.6	25.8	3180	254	265	37.2	9.84	2.78	151
27	270	95	6.0	10.5	11	4.5	24.7	35.2	27.7	4160	262	308	37.3	10.9	2.73	178
30	300	100	6.5	11.0	12	5.0	25.2	40.5	31.8	5810	327	387	43.6	12.0	2.84	224
33	330	105	7.0	11.7	13	5.0	25.9	46.5	36.5	7980	410	484	51.8	13.1	2.97	281
36	360	110	7.5	12.6	14	6.0	26.8	53.4	41.9	10820	513	601	61.7	14.2	3.10	350
40	400	115	8.0	13.5	15	6.0	27.5	61.5	48.3	15220	642	761	73.4	15.7	3.23	444